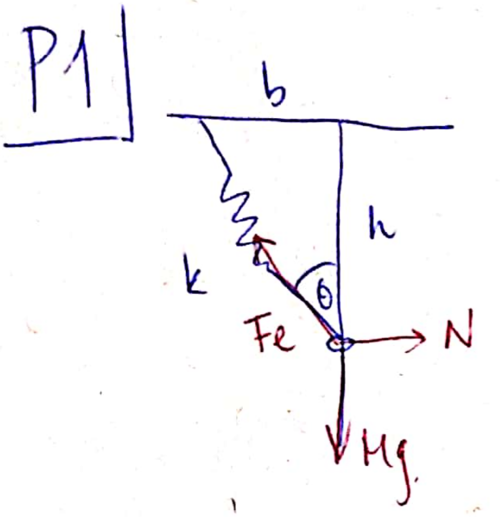
Pauta AUX #5

P1

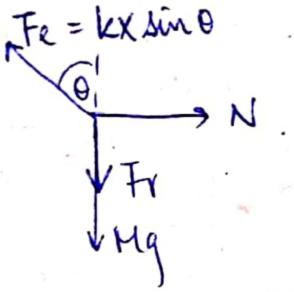


El sentido de la fuerza de roce depende del sentido del movimiento.

Queremos que el aro no suba ni baje: 2 casos.

① Caso: Que No suba.

El roce debe hacer que el aro no suba, entonces, si no hubiese roce, el aro subiría ⇒ el roce va hacia abajo.



$$kx\sin\theta = N$$

$$kx\cos\theta = F_r + Mg$$

$$\Rightarrow F_r = kx\cos\theta - Mg \le \mu_e N$$

más chico que el valor límite tal que no se mueva.

$$\Rightarrow kx\cos\theta - Mg \le \mu_e kx\sin\theta$$

$$\Rightarrow M \geq \frac{kx(\cos\theta - \mu_e \sin\theta)}{g}$$

desconocido.

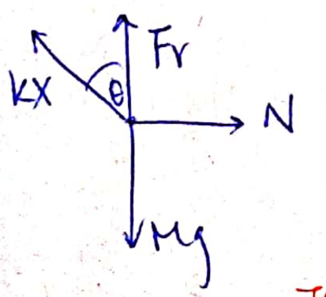
$$\cos\theta = \frac{h}{\sqrt{b^2+h^2}}$$

$$\sin\theta = \frac{b}{\sqrt{b^2+h^2}}$$

$$\Rightarrow M \geq \frac{kx(h-\mu_e b)}{g\sqrt{b^2+h^2}}$$

Tiene sentido este signo, porque si M fuese muy chico, el peso sería pequeño, y subiría por la fuerza del resorte.

② Caso: Que no baje ⇒ roce va hacia arriba



$$kx\sin\theta = N$$

$$kx\cos\theta + F_r = Mg$$

$$\Rightarrow F_r = Mg - kx\cos\theta \le \mu_e N$$

$$\Rightarrow M \le \frac{\mu_e kx\sin\theta + kx\cos\theta}{g} = \frac{kx(b\mu_e + h)}{g}$$

También tiene sentido

P2

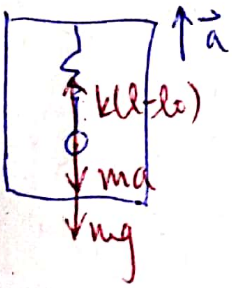
a)

Eq: $k(l-l_0) = mg$

$\Rightarrow l = l_0 + \frac{mg}{k}$.

b) A velocidad cte, la aceleración es 0 $\Rightarrow$ no hay fuerza externa.
$\Rightarrow$ la situación es idéntica que la de equilibrio.

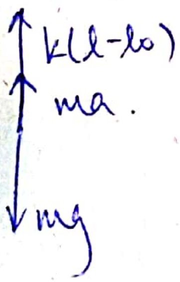
c) Al acelerar hacia arriba, por inercia la masa se queda, y por ende siente una fuerza externa hacia abajo, de magnitud ma.



$k(l-l_0) = mg + ma$.

$\Rightarrow l = l_0 + \frac{m(g+a)}{k}$. $\xrightarrow{\text{si } a=g}$ $l_0 + \frac{2mg}{k}$.

d) Análogo a la parte anterior, pero en sentido contrario.



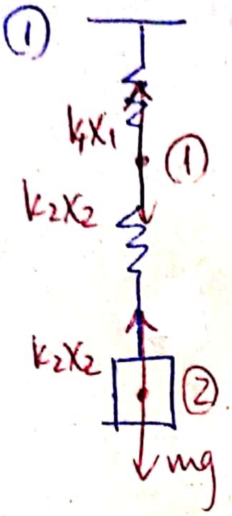
$k(l-l_0) + ma = mg$.

$\Rightarrow l = l_0 + \frac{mg-ma}{k}$. $\xrightarrow{\text{si } a=g}$ $l = l_0$.

La aceleración externa contrarresta la fuerza de gravedad, anulándola. Entonces, para el resorte es como si no hubiese nada colgado, entonces su largo es la longitud natural l_0.

P3

(1)

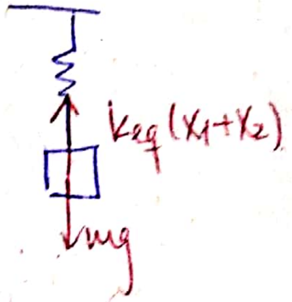


(1) $k_1x_1 = k_2x_2$

(2) $k_2x_2 = mg$.

Queremos modelar el sistema como un solo resorte de constante k_{eq}:

$$k_{eq}(x_1+x_2) = mg \quad (3)$$



(2) $\Rightarrow x_2 = \frac{mg}{k_2}$.

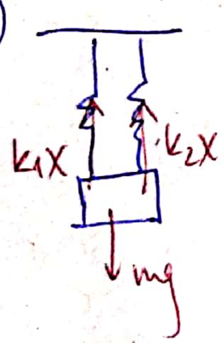
(1) $\Rightarrow k_1x_1 = mg \Rightarrow x_1 = \frac{mg}{k_1}$

en (3):

$$k_{eq}\left(\frac{\cancel{mg}}{k_1} + \frac{\cancel{mg}}{k_2}\right) = \cancel{mg}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$$

(2)



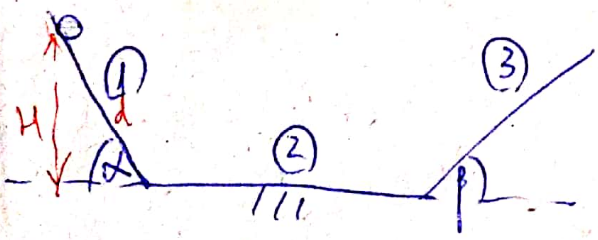
$k_1x + k_2x = mg$.

Queremos $k_{eq}x = mg$.

$$\Rightarrow \boxed{k_{eq} = k_1 + k_2}$$

P4

Con cinemática:



$d = \frac{H}{\sin\alpha}$.

$a = g\sin\alpha$.

(1): $\frac{H}{\sin\alpha} = 0 + 0 + \frac{1}{2}g\sin\alpha\, t^2$

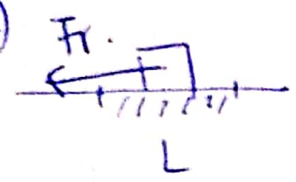
$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g\sin^2\alpha}}.$$

$$v_f = \cancel{v_i}^{0} + at$$

$$= g\cancel{\sin\alpha}\cdot\sqrt{\frac{2H}{g\cancel{\sin^2\alpha}}} = \boxed{\sqrt{2gH}.}$$

Scanned by CamScanner

②



$$a = -\frac{F_r}{m} = \frac{-\mu N}{m} = -\frac{\mu m g}{m} = -\mu g$$

$$L = 0 + \sqrt{2gH}\,t - \frac{1}{2}\mu g t^2$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\mu g t^2 + \sqrt{2gH}\,t - L = 0$$

$$t = \frac{-\sqrt{2gH} \pm \sqrt{2gH - 2\mu g L}}{-\mu g}$$

$$= \frac{\sqrt{2g}\left(\sqrt{H} \pm \sqrt{H-\mu L}\right)}{\mu g}$$

Asumiendo que la velocidad final del plano 1 es la misma en magnitud que la del plano con roce

las 2 soluciones son posibles!!! ö sigamos desarrollando...

$$V_f = V_i + at = \cancel{\sqrt{2gH}} - \cancel{\mu g}\left(\frac{\sqrt{2g}\left(\cancel{\sqrt{H}} \pm \sqrt{H-\mu L}\right)}{\cancel{\mu g}}\right)$$

$$= \pm\sqrt{2g(H-\mu L)}$$

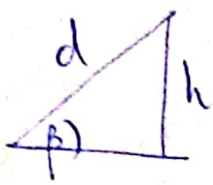
El signo ⊖ es la solución con vel negativa, es decir, que la masa se devuelve. Matemáticamente, esta solución existe porque toma el roce como una constante, independiente del movimiento. Entonces, según esta solución, la masa va desacelerando por el roce, hasta detenerse, y luego se devuelve por el roce, pero eso es físicamente incorrecto, ya que el roce deja de actuar cuando se detiene el mov.

⇒ Escogemos la solución positiva

③ Análogo a parte ①

$$\cancel{V_f}^{\,0} = V_i + at$$

$$0 = \sqrt{2g(H-\mu L)} - g\sin\beta\, t \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2g(H-\mu L)}}{g\sin\beta}$$



$d = \frac{h}{\sin\beta}$

$$\frac{h}{\sin\beta} = 0 + \sqrt{2g(H-\mu L)} \cdot \frac{\sqrt{2g(H-\mu L)}}{g\sin\beta} - \frac{1}{2} g \sin\beta \, \frac{2g(H-\mu L)}{g^2 \sin^2\beta}$$

$$\Rightarrow h = \boxed{H-\mu L}$$

Ahora con energía:

① $mgH = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gH}$.

② $W_r = F_r \cdot L \cdot \cancel{\cos\theta}^{\,1} = \mu m g L$.

$|E_i| = |E_f| + |W_r|$ (Inicialmente había más energía

$\Rightarrow$ Lo que había = Lo que queda + |Lo que se gastó|)

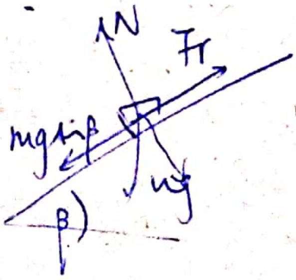
$\underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{① = mgH} = \frac{1}{2}mv_f^2 + \mu m g L \Rightarrow v_f = \sqrt{2g(H-\mu L)}$.

③ $\frac{1}{2}m \cdot 2g(H-\mu L) = mgh \Rightarrow \boxed{h = H-\mu L}$

$\longrightarrow$ Mucho más corto!

b) Para que la masa baje, el roce debe ir hacia arriba.
Además, su valor máximo debe ser menor a las otras fuerzas, para que tenga sentido. En particular, debe cumplirse que:

$F_{r\,máx} < mg\sin\beta$



$\Rightarrow \mu_d \cancel{mg}\cos\beta < \cancel{mg}\sin\beta$

$\Rightarrow \mu_d < \tan\beta \xrightarrow[\beta = 30]{\mu_d = 0,3} 0,3 \overset{?}{<} \tan(30°) = 0,577$ ✓ $N = mg\cos\beta$

$\Rightarrow$ se cumple