

## Resumen

Sea  $O$  un observador fijo,  $B$  y  $C$  dos partículas moviéndose a velocidad  $v_B$  y  $v_C$  respecto al observador fijo. La **velocidad relativa** de  $B$  respecto a  $C$  está dada por

$$v_{BC} = v_B - v_C$$

En un movimiento circular uniformemente acelerado (**MCUA**), la aceleración angular  $\alpha$  es constante y se cumple:

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

$$\phi(t) = \phi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

Además, la aceleración de la partícula en movimiento se expresa como

$$\vec{a} = -\frac{v^2}{r} \hat{r} + r\alpha \hat{t}$$

donde  $\hat{r}$  y  $\hat{t}$  son los vectores unitarios que apuntan hacia la dirección *radial* y *tangencial*, respectivamente. El primer término corresponde a la aceleración centrípeta, y el segundo es la aceleración tangencial.

### P1. Río arriba y río abajo

Dos lanchas idénticas tienen motores que les permiten navegar en un río. A partir de un mismo punto, una de las lanchas ( $A$ ) se mueve río arriba, mientras que la otra se mueve río abajo. Un observador sobre la orilla del río ( $C$ ) mide sus rapidezces, que resultan ser  $v_A = 1,2[m/s]$  y  $v_A = 2,9[m/s]$ .

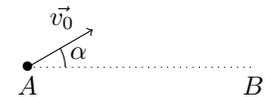
- Determine la rapidez de la corriente del río. Suponga que toda el agua del río tiene la misma rapidez.
- Determine la velocidad de la lancha  $B$  y del observador  $C$  con respecto a la lancha  $A$ .

### P2. Escalera mecánica

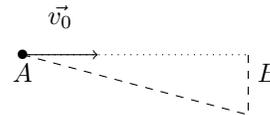
Una escalera mecánica se desplaza a razón de 0.5 peldaños por segundo hacia arriba. Desde el punto más bajo de la escalera, un niño sube 8 peldaños en 20s e inmediatamente baja el mismo número de peldaños empleando el mismo tiempo. Luego se detiene.

- Determine el número de peldaños entre el niño y el punto más bajo de la escalera en el instante en que el niño ha subido 8 peldaños.
- Determine el número de peldaños entre el niño y el punto más bajo de la escalera en el instante en que el niño se detiene.
- Si la escalera tiene 200 peldaños, determine el número máximo de veces que el niño puede realizar el juego.

### P3. Avión



(a) Velocidad inclinada



(b) Velocidad horizontal

Un avión viaja desde un punto  $A$  a  $B$ , a una distancia de 20[km] entre sí, con una velocidad de 400[m/s]. Existe una corriente de viento  $C$  que sopla hacia la dirección indicada en la figura, siendo su velocidad 20[m/s]. Por lo tanto, si el avión simplemente lleva su velocidad de forma horizontal, se dejará llevar por el viento y no podrá llegar hasta  $B$ . Tiene 2 opciones:

- Tomar una velocidad en diagonal a un ángulo  $\alpha$  con respecto a la horizontal, oponiéndose en alguna medida al viento, para llegar justo al punto  $B$ .
- Seguir una velocidad horizontal, dejándose llevar por el viento hasta llegar a un punto que esté en la misma posición vertical que  $B$ , y finalmente avanzar verticalmente hasta  $B$ , en contra de la corriente.

<sup>1</sup>mcordero@ing.uchile.cl

<sup>2</sup>martinbataille@gmail.com

<sup>3</sup>jouhui.ho@gmail.com

<sup>4</sup>benjamin.oliva.d@gmail.com

Asumiendo que se gastan los mismos recursos en todo tiempo, independiente si está acelerando o no, escoja la alternativa que permita ahorrar más.

**P4. Móvil**

Un móvil en trayectoria circular de radio  $R$  parte del reposo y acelera uniformemente, incrementando su rapidez angular en  $\omega_0$  en un tiempo  $T$ . Cuando la magnitud de la aceleración tangencial coincide con la centrípeta, el móvil frena con aceleración angular de igual magnitud a la de partida, hasta detenerse. Determine el camino recorrido por el móvil.

**P5. Disco con un agujero**

La figura siguiente muestra un disco con un agujero a una distancia  $R$  de su centro que gira con velocidad angular  $\omega$  respecto a un eje que pasa por su centro. Un proyectil se lanza desde el punto  $A$  en el instante que el agujero se encuentra en dicha posición. Calcule la rapidez  $v_0$  y el ángulo  $\theta$  de lanzamiento para que el proyectil pase por el agujero justo cuando éste se encuentra en el lado opuesto (punto  $B$ ).

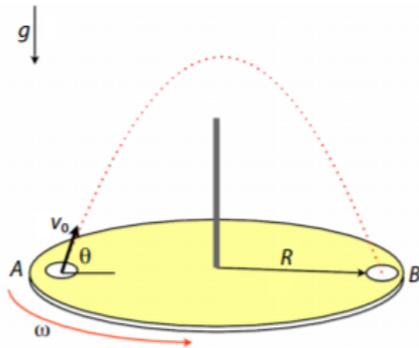


Figura 2: Disco con un agujero

**P6. Plano inclinado**

Desde el punto más bajo de un plano inclinado que forma un ángulo de  $\frac{\pi}{4}$  con la horizontal, se lanza una partícula con velocidad  $V_0$ . Una vez que la partícula llega al punto más alto del plano inclinado, continúa su vuelo para caer

luego sobre una superficie que tiene una inclinación de  $\frac{\pi}{6}$  sobre la horizontal.

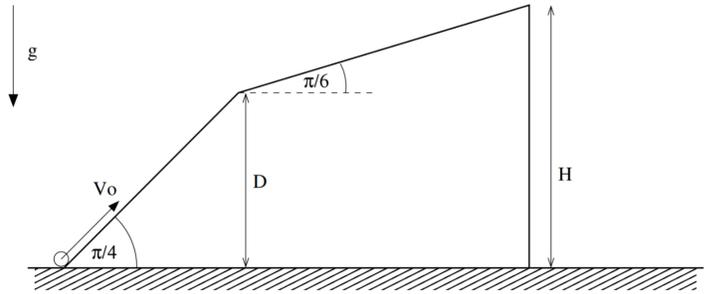


Figura 3: Planos inclinados.

- a) Calcule a qué altura, medida desde el nivel de piso, choca la partícula con la superficie.
- b) Determine los valores mínimos y máximos de  $V_0$  para que la partícula efectivamente choque con la superficie.

**P7. Dando bote**

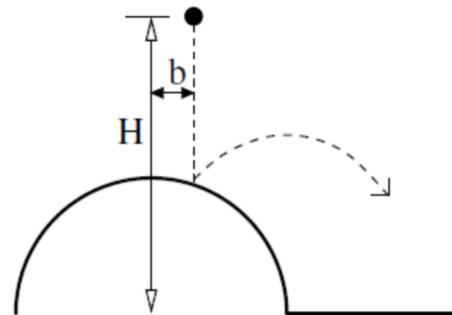


Figura 4: Cúpula.

Una bola de goma cae sobre una cúpula semiesférica dura de radio  $R$ . La bola se suelta a una altura  $H$  desde el suelo y a una distancia  $b$  de la vertical que pasa por el centro de la cúpula. La bola choca elásticamente con la cúpula. Calcule la altura máxima con respecto al suelo alcanzada por la bola después del rebote.