EXAMEN

Prof: E. Moreno
Auxiliares: G.Pereira, A. Rudolph
Ayudantes: D. Corvalán, K. Espinoza, N. Henríquez, M. Piña. C. Rearte

Teoría

Dato el vector de Poynting $\vec{\mathcal{S}}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) \wedge \vec{\mathcal{H}}(\vec{r},t)$ demuestra que en una linea de trasmisión

$$S_{AV} = \frac{1}{2} Re\left(\widetilde{V}\widetilde{I}^*\right)$$

Emplea la figura en tu demostración.

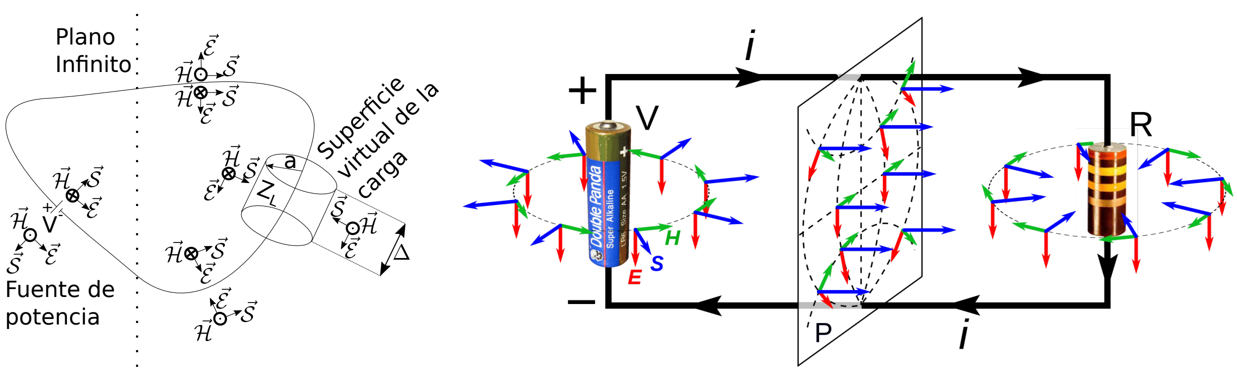

Figura 1: Circuito simple.

Problema 1

La figura muestra una guía de ondas curva cuyo radio axial de simetría es R y cuya cavidad esta formada por un triangulo recto isósceles de lado a. Las coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z) son remplazadas por unas nuevas coordenadas cartesianas (x', y', z'). El cambio de coordenadas es:

$$(\rho, \phi, z) \to (x', y', z') : \begin{cases} x' = z \\ y' = \rho - R \\ z' = R\phi \end{cases} \tag{1}$$

La ecuación diferencial de la onda que se propaga por la guía es:

$$\rho^2 \frac{\partial^2 \psi(\rho,\phi,z)}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial \psi(\rho,\phi,z)}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \psi(\rho,\phi,z)}{\partial \phi^2} + \rho^2 \frac{\partial^2 \psi(\rho,\phi,z)}{\partial z^2} + \rho^2 k^2 \psi(\rho,\phi,z) = 0$$

Esta ecuación se transforma en:

$$\left(1+\frac{y'}{R}\right)^2 \left(\frac{\partial^2 \psi(x',y',z')}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi(x',y',z')}{\partial y'^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial \psi(x',y',z')}{\partial y'} + k^2 \psi(x',y',z') \right) + \frac{\partial^2 \psi(x',y',z')}{\partial z'^2} = 0$$

Sabemos que las condiciones de frontera son de conductor eléctrico perfecto. Asumiendo que la solu-

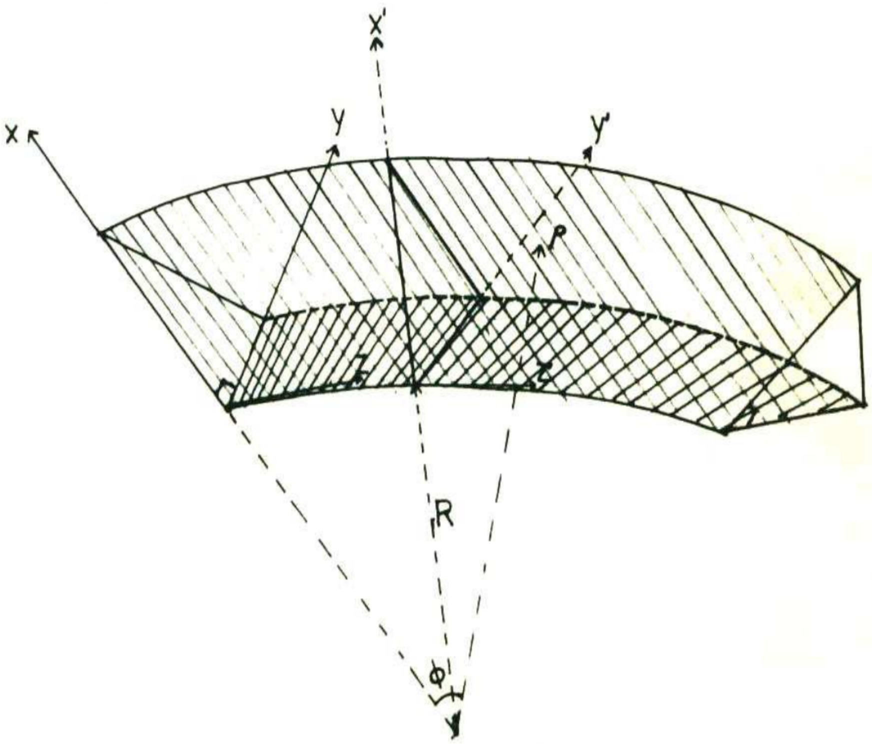

Figura 2: Guia triangular curva.

ción de la ecuación en las nuevas coordenadas es de la forma $\psi(x',y',z') = Ae^{-j\beta z'} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{R}\right)^n \psi_n(x',y')$ donde $\beta^2 = k'^2 \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{R^n}\right)$ siendo $k'^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$ con todos los b_n parámetros desconocidos que debemos calcular en la resolución de la guía. Resuelve el orden cero (n=0) y demuestre que en ese caso $\psi\left(x',y',z'\right) = Ae^{-j\beta z'}\left(\cos\left(\frac{\pi x'}{a}\right) - \cos\left(\frac{\pi y'}{a}\right)\right)$.

Ayuda: $\sin(a-b) = sin(a)cos(b) - cos(a)sin(b)$

Problema 2

En un planeta un poco más masivo que la tierra se tiene un péndulo como el ilustrado en la figura. Sabemos que el hilo del péndulo es conductor así como el badajo o lenteja hace un contacto

eléctrico perfecto con la guía donde oscila.
a)¿Cual es el pico de f.e.m experimentado en el abierto del circuito?
b)Situamos una carga que sufre esa f.e.m. de acuerdo a la definición de carga dada en la ilustración, ¿cual es la carga total depositada?
c)Supón que la carga calculada en el apartado anterior es acelerada por la f.e.m hasta que alcanza una cierta velocidad, ¿como afecta eso al campo magnético que pone la carga en movimiento? Haga

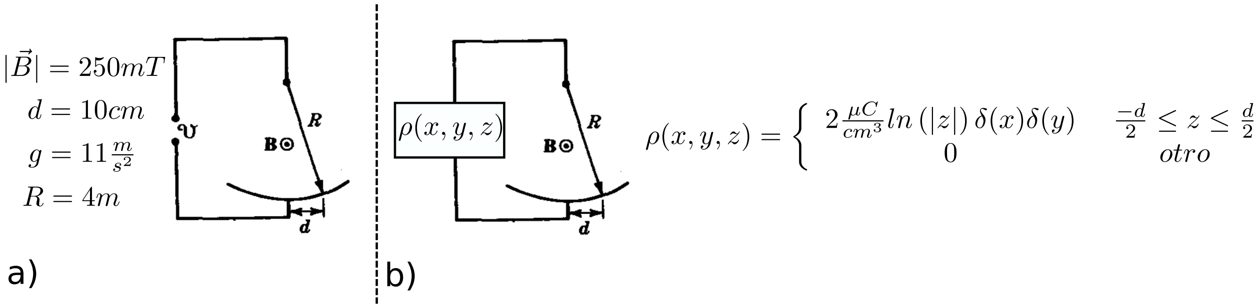

Figura 3: Péndulo en movimiento en el seno de un campo magnético.

la hipótesis de que el campo magnetostático responsable de inducir la f.e.m. esta distribuido en todo el plano que contiene al circuito.

Ayuda: Suponga aproximación paraxial donde $\sin(a) \simeq a$.