

• Ejercicios teóricos del primer Tema

(Todos los ejercicios puntúan sobre 10)

1º > a) Enuncia el teorema de Helmholtz. (3.5 p)

b) Clasifica los campos electromagnéticos en cuatro grupos:

I) Solenoidal e irrotacional

II) No solenoidal e irrotacional

III) Solenoidal y rotacional

IV) No solenoidal y rotacional

Nota: Para realizar esta clasificación emplea el teorema de Helmholtz, de modo que se clasifiquen los campos atendiendo a la naturaleza de sus fuentes (6.5 p)

2º > a) Obtener el potencial escalar $V(r)$ de un campo electrostático y para ello emplear el teorema de Helmholtz. Se da el dato empírico $\nabla \cdot \vec{E}(r) = \frac{\rho(r)}{\epsilon}$, es decir, la ley de Gauss del campo eléctrico o primera ecuación de Maxwell en forma diferencial (2 p)

b) Obtenido el potencial eléctrico de un campo eléctrico, determina la ecuación de Laplace y Poisson (4 p)

- c) Dada una cáscara de esfera de radio a y densidad superficial de carga σ_0 , determina empleando la delta de Dirac una función $\rho(r, \theta, \varphi)$ continua para la densidad de carga en todo el espacio. (1p)
- d) Calcula la carga total de la esfera (1p)
- e) Empleando la ecuación de Poisson calcula el potencial en todo punto del espacio. (2p)

Nota: Definimos $V(r \rightarrow \infty) = V_0$

Ayuda:
$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \partial_r V) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \partial_\theta (\sin \theta \partial_\theta V) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \partial_\varphi^2 V$$

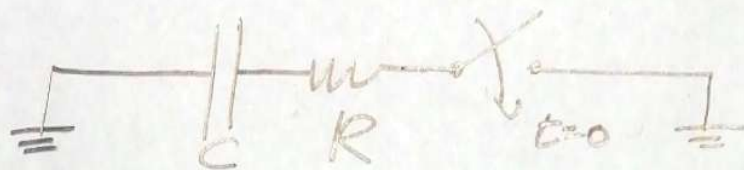
3º > Sabemos que el vector inducción de campo magnético $\vec{B}(r) = \frac{\mu I}{2\pi r}$ para un cable infinito de sección despreciable por el que circula una corriente I se ha calculado mediante el empleo de la ley de Biot-Savart.

- a) Calcula la densidad de corriente eléctrica con I como una función vectorial $\vec{J}(r, \theta, \varphi)$ continua en todo el espacio mediante la delta de Dirac (2p).
- Nota: El área del cable es nula.

- b) Sabiendo que las fuentes vectoriales del ² campo magnético son $\vec{r} \cdot \vec{H}(r, \varphi, z) = \vec{J}(r, \varphi, z)$, y mediante el teorema de Helmholtz, determina la ley de Biot-Savart y aplícala al cable infinito por el que circula una corriente I (3p)
- c) A partir de la relación de la ecuación constitutiva del vector inducción magnética $\vec{B}$, compara el valor obtenido en el apartado anterior y el valor dado en el enunciado, ¿Qué podemos decir sobre el medio que rodea al cable? (0.5p)
- d) Si aplicamos la ley de Gauss del campo magnético $\vec{\nabla} \cdot \vec{H}(\vec{r}) = 0$, ¿se verificará? Explica tus conclusiones (4.5p)
- 4º) a) La intensidad de corriente $I = -\frac{dQ}{dt}$ se define así, ¿Por qué hay un signo menos? Explícalo, ¿Podría ser así $I = \frac{dQ}{dt}$? (1.0p)
- b) Empleando esta definición $I = -\frac{dQ}{dt}$ determina la ecuación de la carga $\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(r, t) = -\partial_t \rho(r, t)$. ¿Qué podemos decir si tomamos el teorema de Helmholtz sobre esta ecuación? (3p)
- c) A partir de la ecuación de Ampere-Maxwell

$\nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) = \vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t}$ determina la ecuación de la continuidad de la carga. ¿Que hipótesis has hecho en el camino? (3p)

d) Se tiene un circuito en el que un condensador cargado se coloca en serie con una resistencia. En un momento dado se cierra el circuito y el condensador se descarga en la resistencia.



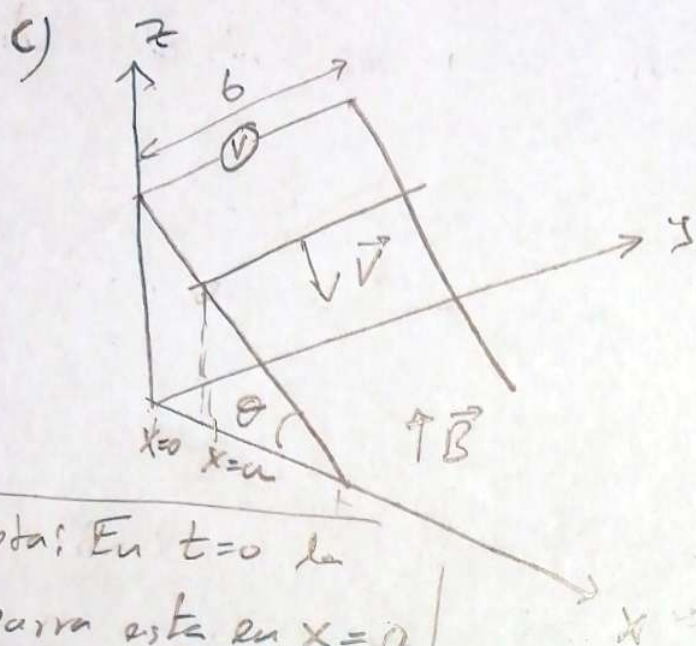
Se sabe que la carga sigue la siguiente evolución temporal $Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$, es un dato.

Si sabemos que el condensador tiene una sección cuadrada de lado a , calcula la corriente que circula por el circuito empleando la ecuación de la continuidad de la carga $\nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t}$. Comprueba tu solución comparando con la definición $I = -\frac{dQ}{dt}$. (3p)

5) Enuncia la ley de Faraday ¿Que diferencia hay entre la ley de Lenz y la ley de Faraday? (3p)

6) Si escribimos la ley de Faraday de forma integral tenemos: $\oint_L \vec{E}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{s} = -\mu \iint_{S_L} \frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \iint_{S_L} \vec{B}(\vec{r}, t) \cdot \frac{\partial}{\partial t} (d\vec{s})$

Explica cada uno de los términos de la ecuación y sus significados. (2p)

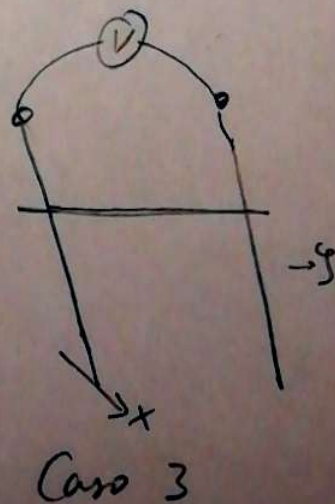
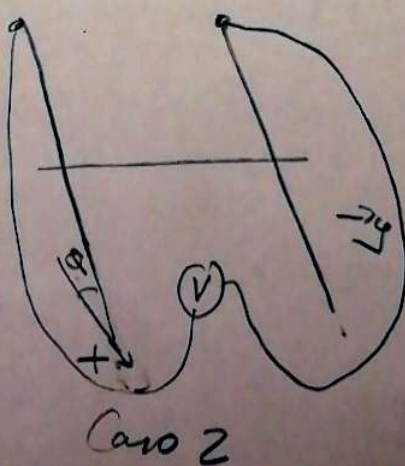
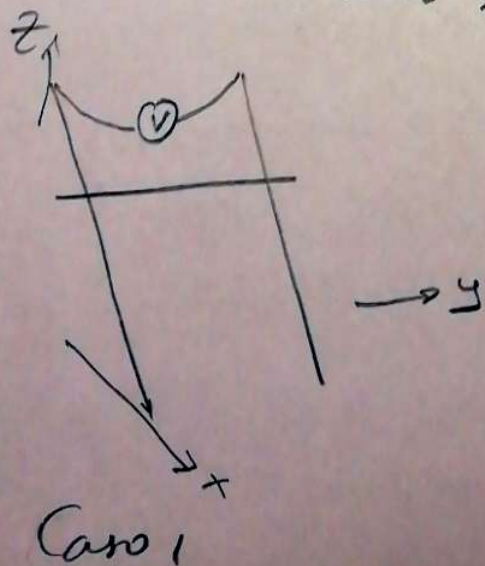


Nota: En $t=0$ la barra está en $x=0$.

Una barra de metal se mueve con velocidad $\vec{v} = v_0(\cos\theta\hat{x} - \sin\theta\hat{y})$ constante sobre dos guías de metal. En la parte superior de las guías se cierra el circuito colocando un voltímetro de resistencia despreciable.

En el medio existe un vector inducción o intensidad magnética $\vec{B}(y,t) = \mu_0 H_0 \sin(\omega t) \hat{z}$. Las guías están separadas una distancia b . ¿Que voltaje medirá el voltímetro cuando $x=a$? (4.5)

d) Cambiaría el resultado si realizamos la medida con un cable más largo, ver dibujos



Si la respuesta es no, explica porque. En caso contrario explica también porque. (0.5p)

6º) a) ¿Que significa que un medio sea lineal homogéneo e isotropo? ¿Que implicaciones tiene eso sobre las ecuaciones constitutivas? ¿Que implicaciones habría para las ecuaciones de Maxwell? (5p)

b) Enuncia y explica la ley de Ohm en un medio lineal homogéneo e isotropo. (3p)

c) ¿Que entendemos por conductor eléctrico perfecto? ¿Que podemos decir con la ley de Ohm en la mano sobre un conductor eléctrico perfecto? (2p)

7º) Un cable de cobre está aislado por un dieléctrico plástico libre de halógenos diseñado por normativa para 1KV. Su grosor es de 1mm. El dieléctrico tiene las siguientes propiedades $\epsilon_r = 2$, $\mu_r = 1$, y $\sigma = 10^{-6} \frac{S}{m}$. El cable cruza de forma aérea una fábrica de procesamiento de sustancias químicas industriales. Los vapores de la fábrica han afectado a la mitad inferior del cable, cambiando sus propiedades dieléctricas $\epsilon_r = 3.2$, $\mu_r = 1.5$ y $\sigma = 500 \frac{S}{m}$. Si el metal tiene una sección circular de 1.5mm de radio determina:

a) Sabiendo que por el cable circulan 25A determinar

en la región de cable químicamente afectado
la distribución de campo electromagnético.
Especialmente en la zona dieléctrica (5p)

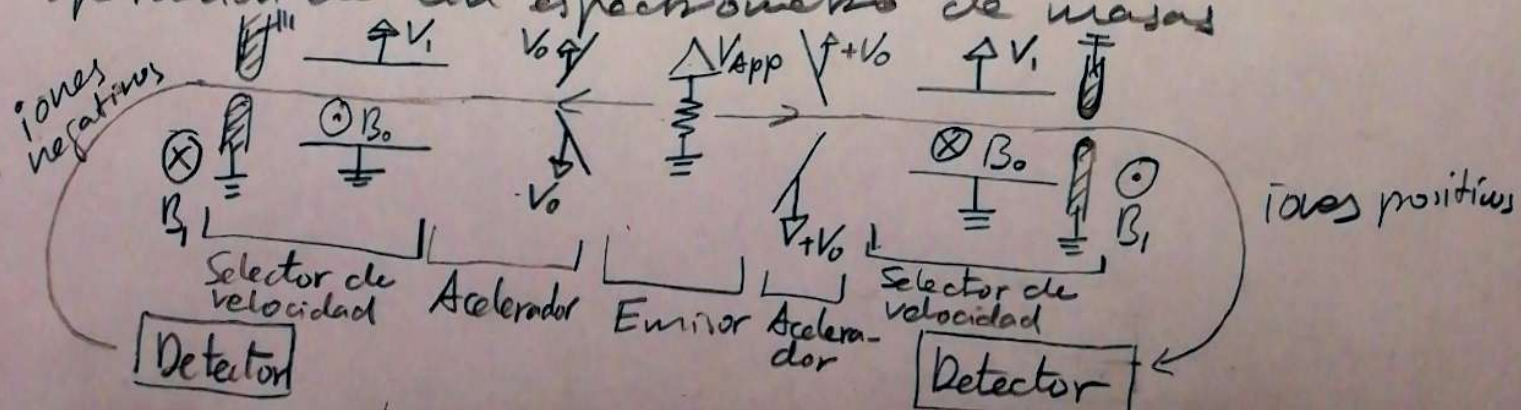
Nota: $\sigma_{cu} = 5.8 \cdot 10^7 \frac{S}{m}$

- b) Con las relaciones constitutivas calcula $\vec{D}$ y $\vec{B}$ en la región afectada (1p)
- c) Supongamos que un obrero subido a una escalera de metal que hace tierra toca este cable en la zona afectada químicamente. ¿Que derivación de corriente pasa por el cuerpo del obrero a tierra al estar este puenteando la escalera de metal y el cable con su cuerpo? ¿Sería mortal? (4p)

Nota: Tomar como criterio que más de 1A puede ser mortal.

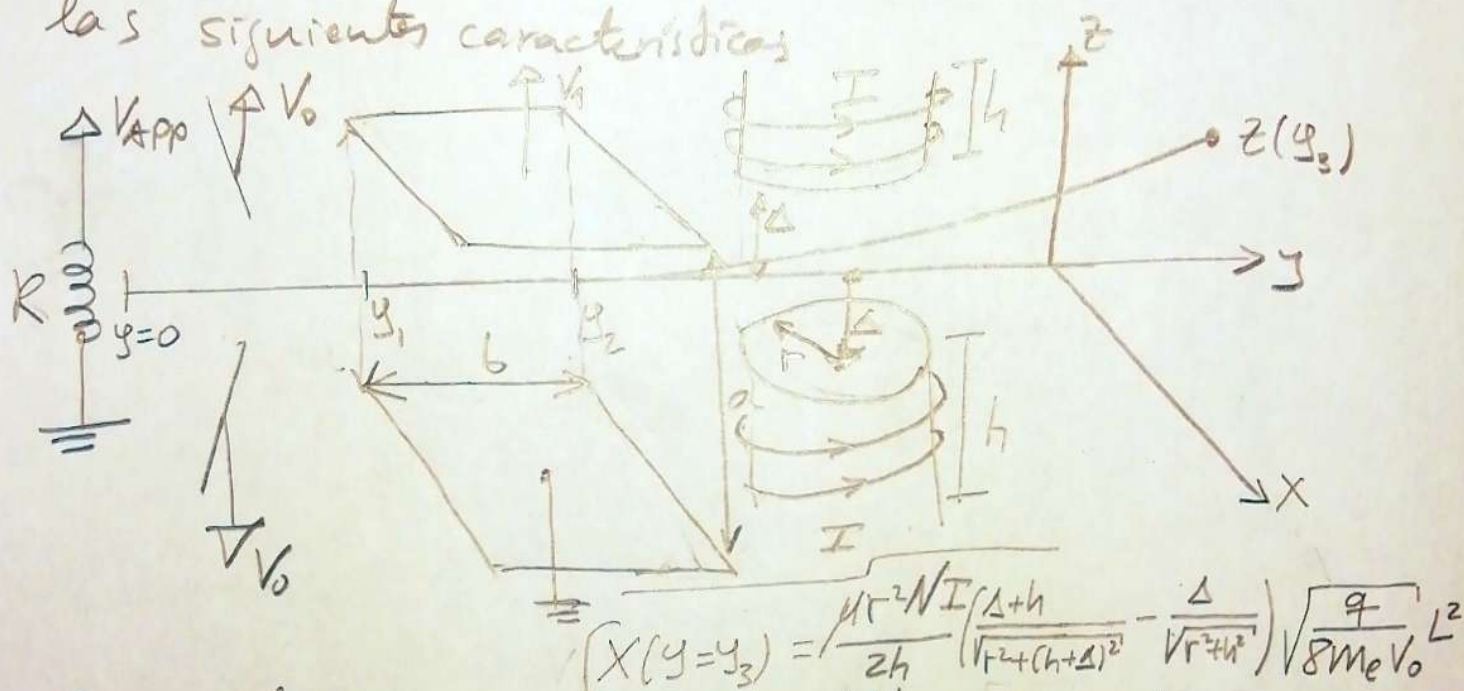
Nota: la sección de contacto son $750cm^2$ (Mano - cable)

8º) La siguiente figura ilustra el esquema de operación de un espectrómetro de masas



- a) Explica como funciona el espectrómetro de masas (3p)
- b) Empleando la ley de Lorentz, ¿Como funciona el selector de velocidades de un espectrómetro de masas? (2p)

c) Se tiene un tubo de rayos catódicos con las siguientes características



Demstrar que:
$$z(y=y_3) = \frac{V_1 b}{2V_0 a} \left(\frac{b}{2} + L \right) \quad (5p)$$

Hipótesis que debes hacer:

- I> Los electrones emitidos por la resistencia R salen con velocidad despreciable. Se emiten sólo electrones.
- II> Los electrones son acelerados por V_0 entre $y=0$ e $y=y_1$.
- III> Entre las placas de metal polarizadas por V_1 en $z=0$ hay un campo $\vec{E}(x, y, z=0) = -\frac{V_1}{a} \hat{z}$
- IV> El campo magnético generado por el solenoide es uniforme entre y_2 e y_3 .
- V> El solenoide es recorrido por N vueltas de un hilo por el que circula I . Tiene h de altura y r de radio. Se supone $\frac{a}{L} \ll 1$