MA3705 - Algoritmos Combinatoriales
Profesora: Maya Stein
Auxiliar: Tomás Martínez M.
Fecha Auxiliar: 11 de Octubre, 2018

Tarea 3: Más Matroides

P1. **[Span de una matroide]**

a) Muestre que si los pesos de todos los elementos de E son distintos, entonces existe una única base de peso máximo.

b) Bajo el mismo supuesto y dado que los elementos de E están ordenados según su peso ($w(e_1) > w(e_2) > ...$) muestre que la base de peso máximo está dada por $B = \{e_i : e_i \notin \sigma(e_1, ..., e_{i-1})\}$

P2. **[Segundo mejor MST]**
Sea $G = (V, E)$ un grafo conexo con peso en los arcos $w : E \to \mathbb{Q}^+$, suponga además que todos los pesos son distintos. Sea $\mathcal{T}$ el conjunto de todos los arboles generadores de G y T^* el único MST, diremos que T es un segundo-mejor MST si

$$w(T) = \min_{A \in \mathcal{T} \setminus T^*} w(A)$$

a) Demuestre que hay aristas $e, f \in E$ tal que $T^* - e + f$ es un segundo-mejor MST.

b) Sea T un ST de G, $u, v \in V$ y $P_{u,v}$ el único $uv-$camino entre u y v en T. Definimos:

$$\text{máx}[u, v] = \text{argmax}_{e \in P_{u,v}} w_e$$

Diseñe un algoritmo que dado T calcule máx$[u, v]$ para todo par $u, v \in V$ en tiempo $O(|V|^2)$.

c) De un algoritmo $O(|V||E|)$ que dado un grafo G calcule el segundo-mejor MST.