

MA3705 - Algoritmos Combinatoriales**Profesora:** Maya Stein**Auxiliar:** Tomás Martínez M.**Fecha Auxiliar:** 27 de Septiembre, 2018

Auxiliar 1

Nota: Las preguntas 1 y 2 son presentadas por los estudiantes del curso.

P1. [Arboles]

- Demuestre que todo árbol tiene al menos 2 hojas.
- Sea $T = (V, E)$ un grafo, muestre que las siguientes proposiciones son equivalentes:
 - T es un árbol
 - T es conexo y $\forall e \in E$ se tiene que $T - e$ es desconexo.
 - T es acíclico y $\forall e \notin E$ el grafo $T + e$ tiene un único ciclo.

P2. [BFS/DFS] Basado en BFS o DFS genere para cada uno de los siguientes problemas un algoritmo que al recibir un grafo $G = (V, E)$ entregue el output requerido y calcule su tiempo de computo.

- Genere un algoritmo que entregue un bosque generador y el número de componentes conexas del grafo.
- Genere un algoritmo que entregue todos los vértices de corte (o articulaciones).

P3. [Teorema de Dirac] El objetivo de este problema es probar que para todo grafo de 3 o más vértices tal que el grado mínimo de los vértices es al menos $\frac{n}{2}$ tiene un ciclo hamiltoniano. Para ello se proponen los siguientes pasos

- Pruebe que si k es el tamaño del camino más largo en dicho grafo, entonces se cumple que $k \geq \frac{n}{2}$.
- Pruebe que existe un ciclo de largo k cuyos vértices son exactamente los vértices del camino.
- Pruebe que si $k < n$ entonces los vértices de dicho ciclo no pueden conectarse a ningún vértice que no esté en el ciclo.
- Concluya.

P4. [Más Grafos]

- Demuestre que si el grado de cada vértice es igual a 2 entonces las componentes conexas de G son todas ciclos.
- Demuestre que

$$G \text{ es un bosque} \iff cc(G) = |V| - |E|.$$