

Control 3 - Probabilidades y Estadística - 2018

Profesor: Iván Rapaport
Auxiliar: Martín Gilabert

Pregunta 1.

a.- (3 pts) En una recta de largo L se escogen 3 puntos al azar, de manera independiente, y los llamamos X , Y y Z . ¿Cuál es la probabilidad de que Y quede entre X y Z ?

b.- (3 pts) Sean X e Y v.a.'s independientes, ambas uniformes en $(0, 1)$. Calcule la función de densidad de $X + Y$.

Pregunta 2. Un grupo de N personas lanza sus sombreros al piso. Los sombreros se revuelven y cada persona toma uno de manera aleatoria. Sea X la v.a. que representa el número de personas que se queda con su propio sombrero. Calcule:

a.- (2 pts) $\mathbb{E}(X)$.

b.- (4 pts) $\text{Var}(X)$.

Pregunta 3. Considere n puntos U_1, \dots, U_n independientes uniformemente distribuidos en el intervalo $(0, 1)$. Sea $0 < d < 1/2$ una constante fija. Decimos que el punto U_i está aislado si ocurren las dos cosas siguientes:

- $d < U_i < 1 - d$,
- no hay ningún otro punto U_j con $j \neq i$ tal que $|U_i - U_j| \leq d$.

Sea I_i la v.a. que toma el valor 1 si U_i está aislado y 0 si no.

a.- Demuestre que

- (1 pto) $\mathbb{E}(I_i | U_i = x) = 0$, si $x \in (0, d) \cup (1 - d, 1)$.
- (2 pts) $\mathbb{E}(I_i | U_i = x) = (1 - 2d)^{n-1}$, si $x \in (d, 1 - d)$.

b.- (3 pts) Calcule el número esperado de puntos aislados.

Tiempo: 3 horas.