

## Control 2 - Probabilidades y Estadística - 2018

Profesor: Iván Rapaport  
Auxiliar: Martín Gilabert

**Pregunta 1.** Se tiene una urna con  $N$  bolas:  $m$  blancas y  $N - m$  negras. Se extrae al azar un conjunto de  $n$  bolas, donde  $0 < n \leq \min\{m, N - m\}$ . Sea  $X$  la variable aleatoria que representa el número de bolas blancas extraídas. (Decimos que  $X$  es una hipergeométrica de parámetros  $n, N, m$ ).

a.- (1.5 ptos) Determine  $\mathbb{P}\{X = i\}$  para  $i = 0, 1, \dots, n$ .

b.- (1.5 ptos) Demuestre que  $\mathbb{E}(X) = \frac{nm}{N}$ .

c.- (1.5 ptos) Demuestre que  $\mathbb{E}(X^2) = \frac{nm}{N}\mathbb{E}(Y + 1)$  con  $Y$  hipergeométrica de parámetros  $n - 1, N - 1, m - 1$ .

d.- (1.5 ptos) Calcule  $\text{Var}(X)$ .

### Pregunta 2.

a.- (3 ptos) El número de veces que una persona contrae gripe en el transcurso de un año corresponde a una Poisson de parámetro  $\lambda = 5$ . Un excelente fármaco nuevo reduce el parámetro a  $\lambda = 3$  en el 75 % de la población (en el resto no produce ningún efecto). Suponga que una persona prueba el fármaco y contrae gripe 2 veces en el transcurso del año. Muestre que la probabilidad de que el individuo pertenezca al 75 % de la población sensible al fármaco es igual a  $27/(27 + 25e^{-2})$ .

b.- (3 ptos) Exactamente una de seis llaves (todas muy similares) abre una determinada puerta. ¿Cuál es el número esperado de intentos que se deben hacer hasta abrir la puerta? (obviamente, cuando se intenta con una llave, si dicha llave no abre la puerta, se descarta y no se vuelve a usar).

**Pregunta 3.** Si por la hoja  $H$  de un árbol pasa cierto insecto, entonces el número de huevos que ahí deja corresponde a una v.a.  $X$  que sigue una Poisson de parámetro  $\lambda$ . Supongamos que observamos la hoja  $H$  y notamos que sí hay huevos. Procederemos a contarlos y llamaremos  $Y$  a la v.a. correspondiente al número de huevos. Note que  $\mathbb{P}\{Y = i\} = \mathbb{P}\{X = i \mid X > 0\}$ . Calcule  $\mathbb{E}(Y)$ .

**Tiempo: 3 horas.**