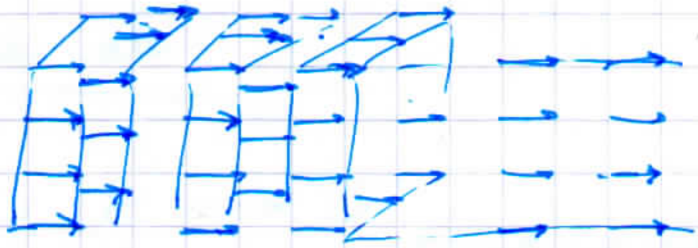
# Campos escalares y vectoriales

$(n=2,3)$ $\quad f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ Campo escalar

$\vec{F} : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n$ campo vectorial

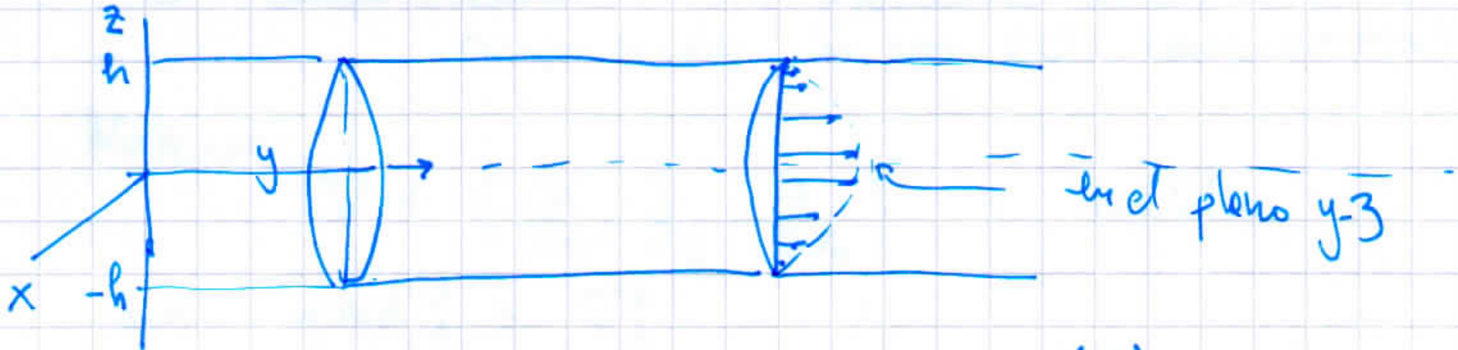
<u>Ejemplos</u> Campos vectoriales

1) Campo cte



por ej: $\vec{F} = (0, a, 0)$

2) Velocidad del agua en un tubo




$$\vec{V} = (h^2 - z^2) \cdot C \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad z \in [-h, h]$$

3) Rotación de un sólido, eje z, veloc. angular $\omega$

$\vec{V} = \omega \hat{k} \times \vec{r} \qquad \vec{r} = (x, y, z)$

4) llenado de una "piscina" infinita con agua (incompresible) que entra por el origen con caudal $q$

$$\vec{V} = \frac{q}{4\pi r^3}\vec{r} \qquad \vec{r} = (x\ y\ z) \quad r = \|\vec{r}\|$$

## Operadores diferenciales

1) Gradiente $\quad \text{grad}: \mathcal{E} \longrightarrow \mathcal{V}$

$$f \longmapsto \text{grad} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \frac{\partial f}{\partial x_3}\right)$$

$\mathcal{E}$: Campos escalares
$\mathcal{V}$: Campo vectorial $\quad$ El gradiente de un ($\mathcal{E}$) campo escalar es un ($\mathcal{V}$) campo vectorial

Notación

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}\right) = \text{nabla}$$

así $\text{grad} f = \nabla f$

2) Divergencia $\quad \text{div}\ \mathcal{V} \longrightarrow \mathcal{E}$

$$\vec{F} \longmapsto \text{div}\vec{F} = \frac{\partial F_1}{\partial x_1} + \frac{\partial F_2}{\partial x_2} + \frac{\partial F_3}{\partial x_3}$$

$\text{div}\vec{F} = \nabla \cdot \vec{F}$ (notación)

Ejemplo $\quad \text{div}\left(\frac{q}{4\pi r^3}\vec{r}\right) = 0 \quad$ (calcularlo)

salvo en $\vec{r} = 0$ que indefinido.

3) rotor

$$\mathrm{rot} \quad \mathcal{V} \longrightarrow \mathcal{V}$$
$$F \longmapsto \mathrm{rot}\,\vec{F} = \nabla \times \vec{F}$$

$$\nabla \times \vec{F} = \left( \frac{\partial F_3}{\partial x_2} - \frac{\partial F_2}{\partial x_3} , \frac{\partial F_1}{\partial x_3} - \frac{\partial F_3}{\partial x_1} , \frac{\partial F_2}{\partial x_1} - \frac{\partial F_1}{\partial x_2} \right)$$

4) Laplaciano

$$\Delta \quad \mathcal{E} \longrightarrow \mathcal{E}$$
$$f \longmapsto \Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2}$$

<u>Obs</u> $\Delta f = \mathrm{div}(\mathrm{grad}\, f)$

Ej $\mathrm{rot}(\omega \hat{k} \times \vec{r}) = 2\omega \hat{k}$ (Hacerlo)