Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA2001-3 Cálculo en Varias Variables
10 de Diciembre de 2018

Auxiliar Extra C3

Profesor: David Salas.
Auxiliar: Matías Romero.

P1. Sea $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ convexa. Pruebe que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por

$$f(y) = \inf_{x \in \mathbb{R}} F(x, y),$$

es convexa.

Hint: *Pruebe primero que para todo* y_1, y_2, $\lambda \in [0,1]$, $f(\lambda y_1 + (1-\lambda)y_2) \leq \lambda r_1 + (1-\lambda) r_2$, *para todo* $r_1 > f(x_1)$, $r_2 > f(x_2)$. *Concluya tomando límite* $r_1 \to f(y_1)^+$, $r_2 \to f(y_2)^+$.

P2. Considere la función

$$f(x, y) = x^2 + y^2.$$

Encuentre los puntos en que f alcanza sus valores máximo y mínimo sobre la región

$$E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{2} + y^2 \leq 1 \right\}$$

y explique por qué existen estos puntos.

P3. Encuentre todos los máximos y mínimos de la función $f(x, y, z) = 4 - z$ en la superficie definida por la intersección entre el paraboloide de ecuación $x^2 + y^2 + z = 5$ y el plano $x + y + z = 1$.

P4. Calcule el volumen del sólido limitado por los cilindros $x^2 + y^2 = a^2$ y $x^2 + z^2 = a^2$.