Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA2001-3 Cálculo en Varias Variables
04 de Diciembre de 2018

Auxiliar #9: Integración y Teorema de Fubini.

Profesor: David Salas.
Auxiliar: Matías Romero.

P1. Calcule las siguientes integrales

(a)

$$I_1 := \int_0^{\pi/2} \int_{-1}^{1} x\,\mathrm{sen}(y) - ye^x \, dx\, dy$$

(b)

$$I_2 = \int_3^5 \int_0^{(5-y)/2} 5 - 2x - y \, dx\, dy.$$

(c)

$$I_3 = \int_0^{\pi} \int_0^{x^2} \frac{\sin(x^2)}{x^2} \sqrt{y}\, dy\, dx.$$

P2. Encuentre el volumen del sólido encerrado por los planos $4x + 2y + z = 10$, $y = 3x$, $z = 0$, $x = 0$.

P3. Sea $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2,\ y > x^3\}$. Calcule

$$\iint_S y \, dy\, dx.$$

P4. Calcule la integral

$$I_3 := \int_0^1 \int_0^{2x} ye^{x^3} \, dy\, dx$$

y pruebe que $\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 ye^{x^3}\, dx\, dy = I_3$

P5. Inspirados en lo anterior, calcule las siguientes integrales:

(a)

$$I_5 = \int_0^{\pi^2} \int_{\sqrt{y}}^{\pi} \frac{\sin(x^2)}{x^2} \sqrt{y}\, dx\, dy.$$

(b)

$$I_6 = \int_0^1 \int_y^1 e^{\frac{-y}{x}} \, dx\, dy.$$

(c)

$$I_7 = \int_0^2 \int_0^{4-x^2} \frac{xe^{\gamma y}}{4-y}\, dy\, dx, \quad \gamma \neq 0$$

P6. Sea $g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ integrable. Pruebe que

$$\int_0^1 \int_x^1 g(t)\, dt\, dx = \int_0^1 tg(t)\, dt$$