Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA2001-3 Cálculo en Varias Variables
28 de Noviembre de 2018

Auxiliar #8: Optimización con y sin restricciones

Profesor: David Salas.
Auxiliar: Matías Romero.

P1. Considere las funciones $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x,y) = x^3 - 6xy + y^3 \qquad g(x,y) = x^2 + \cos(x) + y^2 - y$$

(a) Encuentre y estudie la naturaleza de los puntos críticos de f y g.

(b) Determine si los óptimos encontrados son globales.

P2. Un agrónomo expone que los factores más importantes para las plantas de su invernadero son la cantidad de horas de luz que reciben (x_1) y la cantidad de fertilizante utilizado (x_2). La cantidad de biomasa producida es proporcional al producto $x_1^\alpha x_2^\beta$, siendo α, β constantes positivas. Los costos por hora de luz y por unidad de fertilizante son, respectivamente, p_1, p_2. y el presupuesto disponible es w. Para ayudar al agrónomo a decidir cuántas horas de luz y qué cantidad de fertilizante debe utilizar para maximizar la producción de biomasa se propone el siguiente esquema:

(a) Escriba un problema de optimización que modele el desafío del agrónomo, es decir, identifique la función objetivo $f(x_1, x_2)$ y sus restricciones.

(b) Plantee un nuevo problema con las mismas restricciones, pero con la función objetivo $\ln(f(x_1, x_2))$ y justifique que la solución de este problema es también la del problema original.

(c) Argumente por qué basta considerar solo el caso en que el agrónomo invierte todo el presupuesto y resuelva el problema definido en **(b)**.

P3. Considere la curva $C \subseteq \mathbb{R}^3$ dada por la intersección entre el plano $x+y=4$ y el paraboloide $2z = 16 - x^2 - y^2$. Determine los puntos de C, en el primer octante, que se encuentren más cercanos y más distantes al origen, justificando su existencia.