Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA2001-3 Cálculo en Varias Variables
12 de Noviembre de 2018

Auxiliar Extra C2

Profesor: David Salas.
Auxiliar: Matías Romero.

P1. Sea $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy\,\mathrm{sen}(xy)}{x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- **(a)** Calcule, si es que existen, las derivadas direccionales en el punto $(0,0)$ y todas las direcciones $e \in \mathbb{R}^2$.
- **(b)** Calcule, cuando existan, las derivadas parciales.
- **(c)** Determine si f es diferenciable en $\mathbb{R}^2$.
- **(d)** Determine la ecuación del plano tangente al grafo de f en cada punto $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ tal que $x^2 + y^2 = 1$.

P2. Considere el cambio de coordenadas parabólicas $x = \dfrac{u^2 - v^2}{2}$ y $y = uv$. Muestre que si se define $g(u,v) = f\left(\dfrac{u^2-v^2}{2}, uv\right)$, con f una función de clase $\mathcal{C}^2$, entonces

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{1}{u^2+v^2}\left(\frac{\partial^2 g}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial v^2}\right).$$

P3. Se define la función $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ como:

$$f(x,y,z) = \ln(x^2+y^2+z^2+1).$$

Escriba la aproximación de Taylor de orden 2 en el en torno a cualquier punto (x_0, y_0, z_0).