Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA2001-3 Cálculo en Varias Variables
07 de Noviembre de 2018

# Auxiliar #6: Más Cadena y Polinomios de Taylor

**Profesor:** David Salas.
**Auxiliar:** Matías Romero.

**P1.** Considere las funciones $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y $h\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definidas por

$$\begin{aligned} f(x,y,z) &= (x\sin(z), y\cos(z)) \\ g(x,y) &= y^2\cos(x) \\ h(x,y) &= -y\ln(\cos(x)). \end{aligned}$$

Sea $\phi\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $\phi(x,y) = f(x+y, g(x,y), h(x,y))$, calcule el diferencial $D\phi(0,1)$.

**P2.** Para una función $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ considere la ecuación diferencial en derivadas parciales

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 = e^{4x}\sin^2(y).$$

El objetivo de este problema es encontrar una solución $f(x,y)$ de la ecuación planteada, definida en todo $\mathbb{R}^2$. Para ello, proponga una solución del tipo

$$f(x,y) = g(e^x\cos(y), e^x\sin(y)),$$

encuentre una ecuación para $g$, y resuélvala.

**P3.** Considere $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \sin^2(x+y)^2 + x^2y$$

**(a)** Encuentre el polinomio de Taylor de orden 2 para $f$ en torno al punto $(0,0)$.

**(b)** Muestre que $f$ es de clase $\mathcal{C}^2$ y pruebe que

$$|f(h_1,h_1) - P_2(h_1,h_2)| \leq \frac{40}{3}\|(h_1,h_2)\|^3$$

**P4.** Sea $h(x,y) = xye^{x^2+2y^2}$. Encuentre (en forma explícita) un polinomio de dos variables que verifique la propiedad

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{h(x,y) - T(x,y)}{x^4+y^4} = 0$$