



## MA1002-4 Cálculo Diferencial e Integral

**Profesor:** Leonardo Sánchez C.

**Auxiliar:** Marcelo Navarro

### Auxiliar 4: Repaso C1

19 de octubre de 2018

#### Resumen:

No hay nueva materia que resumir, sin embargo, estos son los conceptos con los que deben estar 100% familiarizados y las preguntas que deberían saber responder conceptualmente:

- Sucesiones, subsucesiones. Propiedades de convergencia asociadas a las subsucesiones.
- Concepto de continuidad de una función. ¿Cómo manejar funciones definidas por partes?
- Concepto de continuidad uniforme, ¿cuál es la diferencia principal con la continuidad usual?
- Derivadas, definición, cálculos. ¿Cuándo se usa la fórmula y cuándo la definición?
- Reglas de derivación, suma, producto, división, regla de la cadena. Derivadas de polinomios, trigonométricas, exponenciales.
- ¿Cómo se relaciona ser derivable con ser continua? ¿La relación funciona hacia ambos lados?
- Teorema de los Valores Intermedios, ¿cuál es su gracia?, ¿cómo debe usarse?, ¿como NO debe usarse?
- Teorema del Valor Medio, ¿cómo se usa?, mismas preguntas que para el TVI.
- Optimización. ¿Cómo obtengo candidatos? ¿Siempre los puntos críticos son el óptimo?
- Concepto de máximo/mínimo local. ¿Cómo asegurar que un punto es máximo/mínimo local? ¿Ser máximo local implica ser el valor más grande posible de la función?
- Análisis de funciones. Toda la parte de Intro al Cálculo: dominio, ceros, paridad, asíntotas.
- Crecimiento de funciones y su relación con la derivada.
- Concavidad de funciones y su relación con la segunda derivada. Regla para máximos/mínimos/inflexión.
- L'Hopital, ¿cuándo y cómo se aplica?
- Desarrollo de Taylor, ¿cómo se obtiene el polinomio de Taylor? ¿qué significado tiene el polinomio? ¿para qué se usa?

**P1.** Analizar completamente la función  $f(x) = (1+x)e^{\frac{1}{x}}$  incluyendo:

- a) Dominio, paridad, signos y ceros
- b) Determine límites laterales en  $x = 0$  y continuidad ¿Es reparable?
- c) Determine asíntotas
- d) Estudie crecimiento y concavidad
- e) Dibuje el gráfico indicando puntos importantes

*“A man provided with paper, pencil, and rubber, and subject to strict discipline, is in effect a universal machine.”*

*Alan Turing.*

- P2.** a) Desarrolle mediante un polinomio de Taylor con resto, en torno a  $x_0 = 0$ , la función  $\sinh(x)$   
 b) Calcule  $\sinh(1)$  con términos no nulos del desarrollo anterior en orden 5 y estime una cota del error (puede usar  $2,5 < e < 3$ )

**P3.** Considere

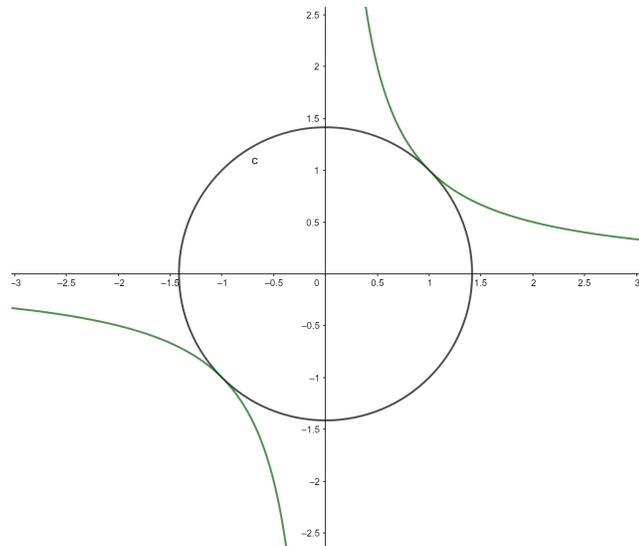
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \cdot \ln(x)}{x - 1} & \text{si } x > 0 \text{ y } x \neq 1 \\ \alpha & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

- a) Determine el valor de  $\alpha$  para que  $f$  sea continua en  $\mathbb{R}_+^*$ .  
 b) Analice la existencia de  $f'(x)$  para  $x > 0$ . En caso de existir, calcúlela.  
 c) Determine los puntos de continuidad de  $f'$  en  $]0, \infty[$ .  
 d) (Propuesto) Asuma que  $f^{(n)}$  existe para  $n \geq 2$  y que es continua en 1. Calcule una recurrencia para  $f^{(n)}(1)$ , utilizando la formula de Leibnitz para  $(x - 1)f(x)$   
 e) (Propuesto) Encuentre un polinomio de Taylor de orden 3 para  $f$  en torno a 1
- P4.** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función diferenciable tal que  $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Demuestre que:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \left( \frac{f(x + x\delta)}{f(x)} \right)^{1/\delta}$$

existe, es positivo y calcúlelo.

- P5.** ¿Cuál es el valor del área del círculo centrado en el origen e inscrito entre las ramas de la curva  $y = \frac{4}{x}$ ?



*“It is not the task of the University to offer what society asks for, but to give what society needs.”  
 Edsger W. Dijkstra*