IN790-1: Modelos Estocásticos en Sistemas de Ingeniería
Profesor: J. Correa.
Auxiliares: I. Bortnic y R. Saona.

Auxiliar 8

Jueves 29 de Noviembre

P1. Calentamiento

Considere una sucesión $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tal que $X \sim$ Bernoulli(p).

(a) Calcule la distribución de N_t, para un $t > 0$ arbitrario.

(b) Encuentre la relación entre los parámetros i, j, t, k para que

$$\mathbb{P}(S_i = j | N_t = k)$$

tenga sentido y sea no nula.

(c) Para el espacio de parámetros anteriormente encontrado, calcule el valor de la probabilidad condicional.

P2. Ecuación de renovación

Considere un proceso de renovación donde la distribución de $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ es F. Muestre que

$$m(t) = F(t) + \int_{0^-}^{t} m(t-x)dF(x)\,.$$

Asumiendo que F es absolutamente continua (con densidad f), note que la ecuación sería $m = F + m \star f$. (Recuerde que $m(t) = \mathbb{E}(N_t)$.)

P3. Paradoja de la inspección

Explique las hipótesis que se usan cuando se dice la siguiente frase: "Asumamos que el paradero de micro representa un proceso de renovación, en cuanto a micros se refiere". Bajo estas hipótesis, muestre que "el tiempo esperado por una persona a la que se le acaba de ir la micro es *mayor* (en algún sentido) de lo que se demora una micro en llegar al paradero".

P4. Crecimiento conteo de renovaciones

Considérese F una distribución continua en $\mathbb{R}_+$ y $(X_n)_{n>0}$ una sucesión i.i.d. tal que $X \sim F$. Llámese $(N_t)_{t>0}$ el proceso de renovación asociado. Muestre que

$$\forall \theta > 0 \quad \forall t > 0, \quad \mathbb{E}(e^{\theta N_t}) < \infty$$