

IN78O-1 MICROECONOMÍA AVANZADA (segunda parte)

Profesor: Matteo Triossi Verondini
Auxiliar: María Haydée Fonseca Mairena

TAREA N°5

Primavera 2018

Fecha de entrega: 17 de diciembre.

Equilibrio de Nash

Sea $P = 10 - Q$ la curva de demanda.

Asuman que hayan n empresas con función de costes cq , donde $c < 1$.

1. Determinar un equilibrio competitivo y probar que el precio de equilibrio es el mismo en todos los equilibrios.

Respuesta:

La respuesta debe indicar formalmente que en equilibrio competitivo el precio es igual al costo marginal, y por tanto los beneficios económicos de las empresas son cero.

2. Determinar el equilibrio de Nash del juego donde las empresas compiten en cantidades, o sea donde la función de beneficios de la empresa i es $\Pi_i(q_i)_{i=1}^n = \left(10 - \sum_{j=1}^n q_j\right) q_i - cq_i$, lo que comunmente se denomina equilibrio de Cournot, determinar precio y cantidades de equilibrio. ¿Es eficiente el equilibrio de Cournot? ¿Qué sucede cuando $n \rightarrow \infty$?

Respuesta:

La función objetivo de cada firma es

$$\max_{q_i} \Pi_i : \left(10 - \sum_{j=1}^n q_j\right) q_i - cq_i$$

Resolviendo tenemos que la función de reacción de cada firma es:

$$q_i(Q_{-i}) = \frac{10 - c - Q_{-i}}{2}$$

Donde Q_{-i} corresponde a la cantidad producida por las $n - 1$ firmas con las que compite i . Aplicando simetría, dada la igualdad en costos se tiene que las variables de equilibrio en función de la concentración n y el resto de parámetros se presenta en el siguiente cuadro.

	Valor	Relación con n	Valor límite para $n \rightarrow \infty$
Cantidad individual: q_i	$\frac{10-c}{n+1}$	Decreciente	0
Precio: P	$\frac{10+nc}{n+1}$	Decreciente	c
Beneficio: Π	$\left[\frac{10-c}{n-1}\right]^2$	Decreciente	0

El resultado no es eficiente pues si las empresas coluden podrían obtener beneficios mayores. En la situación límite en que el número de firmas tiende a infinito, el equilibrio del mercado se asimila al de competencia perfecta. El precio se iguala al costo marginal y los beneficios de cada empresa se disipan completamente.

3. Sea $n = 2$. Determinar el equilibrio que resiste a la eliminación iterada de estrategias dominadas. Le puede resultar útil probar el resultado siguiente. Sea BR_i la mejor respuesta determinada en el apartado anterior. Si $q < \bar{q}$ y $q \notin [BR(\bar{q}), BR(\underline{q})]$, entonces q es estrictamente dominada.

Respuesta:

Denotamos por Π_i el beneficio (o utilidades) del jugador i y asuma que las curvas de reacción BR_1 y BR_2 del jugador 1 y 2 respectivamente, se interceptan una únicamente vez en el punto N , en donde BR_1 es estrictamente más pronunciada que BR_2 . Denote que por q_1^m y q_2^m las producciones monopolísticas de cada empresa (lo que produce una empresa cuando la otra produce cero). Es decir, $q_1^m = BR_1(0)$ y $q_2^m = BR_2(0)$.

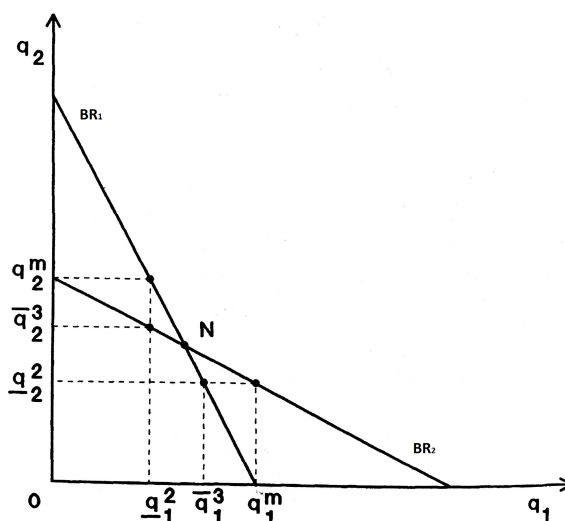
Aplicando el proceso de eliminación iterativa de estrategias estrictamente dominadas tenemos:

Etapas	Conjunto de estrategias resultante
1	$S_i^1 = [0, q_i^m]$
2	$S_i^2 = [BR_i(q_j^m), q_i^m] \equiv [\underline{q}_i^2, q_i^m]$
3	$S_i^3 = [\underline{q}_i^2, BR_i(\underline{q}_j^2)] \equiv [\underline{q}_i^2, \bar{q}_i^3]$

Este proceso continúa así sucesivamente.

Explicación: El conjunto de estrategias empieza lo más amplio posible: la cota inferior de cero es porque las cantidades de producción no pueden ser negativas, por otra parte la cota superior es porque asumiendo que mi oponente produce cero, mi mejor respuesta es producir la cantidad de monopolio. Luego, a medida que avanzan las etapas el conjunto de estrategias se va achicando como producto de las funciones de mejor respuesta. En el límite van a convergen a un equilibrio simétrico y único que es justamente el equilibrio de Cournot, es decir: $q_i = \frac{10-c_i}{3}$ para $i = 1, 2$.

El siguiente gráfico se señala las funciones de reacción de cada firma. Además en él se logra expresar las primeras 3 etapas del proceso de eliminación iterativa de estrategias estrictamente dominadas y el equilibrio.



Nota: Para obtener el puntaje completo era necesario que utilizara el método de eliminación iterada expresamente tal y como se indica en el enunciado.

4. Ahora asuman que las empresas actúen secuencialmente: primero la empresa 1, luego la empresa 2 y así sucesivamente, de tal forma que cada empresa observe lo que hizo la empresa que lo precedía. Determinar el equilibrio en subjugos perfectos.

Respuesta:

Se debe partir resolviendo el problema de la última firma. La firma n -ésima resuelve el siguiente problema:

$$\max \Pi_n = (10 - (q_n + q_{j \neq n}) - c_n)q_n$$

De este problema se obtiene la función de mejor respuesta del agente n , la cual debe ser sustituida dentro del problema de maximización del agente $n - 1$ y así sucesivamente que sustituyamos la función de mejor respuesta de la firma 2 en la función objetivo de la empresa 1. Resolvemos el problema de la firma 1 y obtenemos la cantidad de producción de la firma 1. Luego se sustituye ese valor en la función de mejor respuesta de la firma 2 y así sucesivamente hasta encontrar todas las cantidades. El resultado obtenido de este proceso es el equilibrio perfecto en subjugos.

Representación en forma extensiva y forma estratégica

Considere $I = \{1, 2\}$, quienes jugarán con 3 cartas diferentes: a (alta), m (media), b (baja). El juego es como sigue:

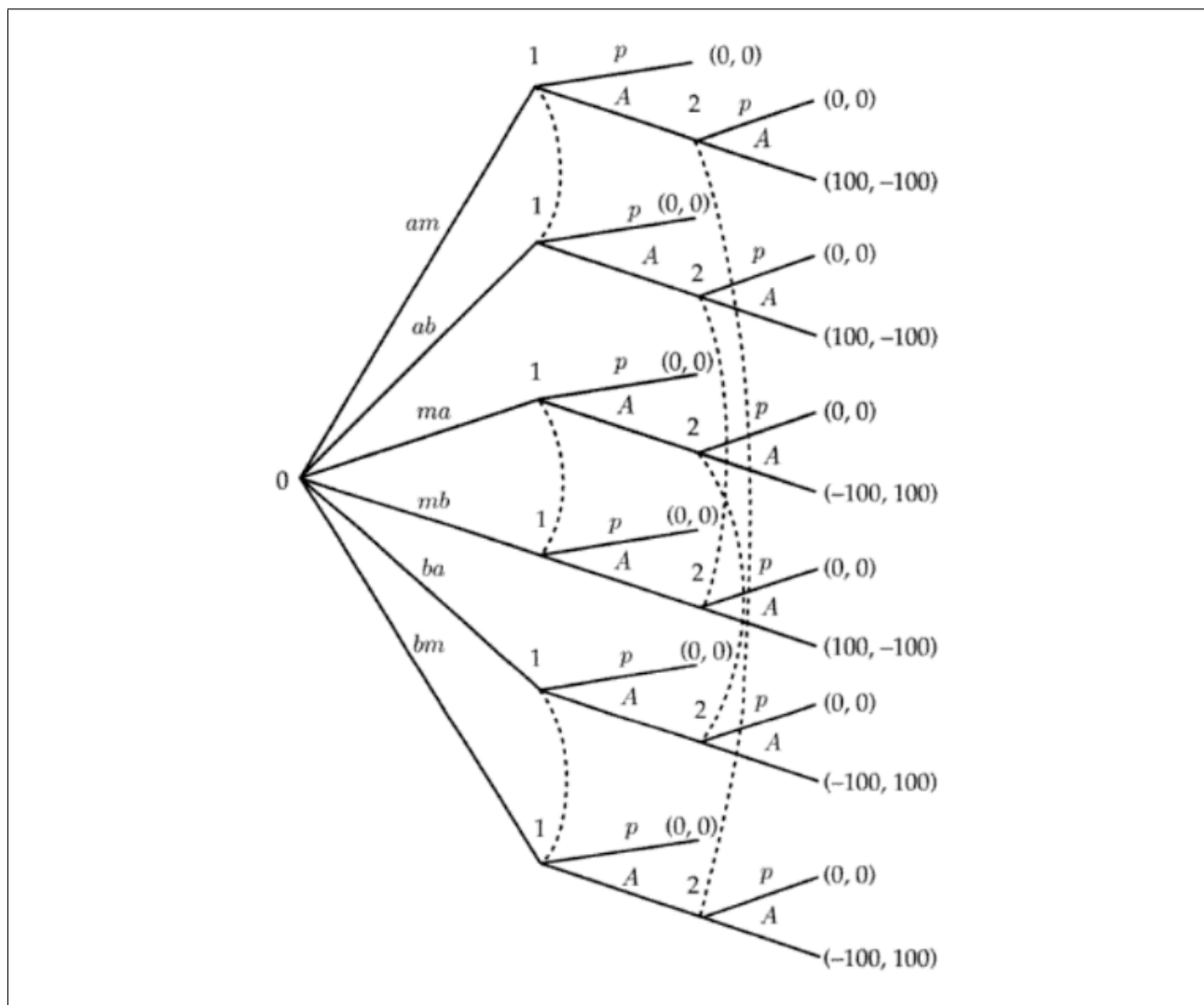
- Se barajan las 3 cartas.
- El jugador 1 elige una carta, la ve (solamente él) y en base a esa información decide entre “apostar.” o “pasar”.
 - Si pasa, el juego se acaba.
 - Si apuesta, jugador 2 escoge una de las dos cartas restantes, la ve y en función de eso decide entre “apostar.” o “pasar”. Y el juego acaba.

Si ambos jugadores apuesta, el que tenga la carta más alta recibe del otro 100 unidades monetarias. Si alguno no apuesta (decide pasar), no se realiza ningún pago.

1. Represente el juego en forma extensiva.

Respuesta:

La representación extensiva del juego es:



2. Represente el juego en forma estratégica.

Respuesta:

Lo primero que hay que hacer para poder expresar el juego en forma estratégica es identificar el conjunto de estrategias posibles de cada jugador. En este caso note que además de los dos jugadores, existe un tercero: la naturaleza, o el azar, al cual denostaremos por jugador 0. A continuación describiremos el conjunto de estrategias posibles de cada uno.

La naturaleza es la que decide qué carta asignará a cada jugador. Entiéndase por (a, m) la asignación de la carta a para el primer jugador y la carta m para el segundo. De forma análoga con el resto de combinaciones posibles. Entonces, $S_0 = \{(a, m); (a, b); (m, a); (m, b); (b, a); (b, m)\}$, es decir,

$$S_0 = \{(c_1, c_2) \in B \times B : c_1 \neq c_2\}$$

donde c_1 y c_2 son las cartas para el jugador 1 y 2 respectivamente y B es la baraja de 3 cartas.

Jugador 1. Claramente sus acciones posibles son *pasar*(p) o *apostar*(A), sin embargo estas no son sus estrategias ya que recuerde que las estrategias son un plan de acción de lo que se hará ante cada contingencia del juego posible. En este caso, dado que el jugador 1 no conoce cuál es la carta que la naturaleza asigna al jugador 2, en lugar de 6 contingencias posibles, para él solamente existen 3: recibir a ,

recibir m o recibir b. Una forma más formal de ver esto es con lo que hemos definido como conjuntos de información H_i . Note que el jugador 1 tiene 3 conjuntos de información $h_1^1 = \{(a, m); (a, b)\}; h_1^2 = \{(m, a); (m, b)\}; h_1^3 = \{(b, a); (b, m)\}$ donde $\{h_1^1, h_1^2, h_1^3\} \in H_1$. Entonces, en sus estrategias él deberá especificar qué hacer si llega a cada uno de los 3 conjuntos de información, por tanto las mismas pueden ser representadas como ternas cuyas coordenadas se asocian a cada uno de los posibles conjuntos de información, así: $S_1 = \{(A, A, A); (A, A, p); (A, p, A); (p, A, A); (A, p, p); (p, A, p); (p, p, A); (p, p, p)\}$, es decir,

$$S_1 = \{s_1 : B \rightarrow J_1 \equiv \{Apostar(A), Pasar(p)\}\}$$

Jugador 2. Al igual que el jugador 1, éste tiene 3 conjuntos de información dado que no conoce la tarjeta que la naturaleza le asigna a su contrincante¹. Entonces,

$$S_2 = \{(A, A, A); (A, A, p); (A, p, A); (p, A, A); (A, p, p); (p, A, p); (p, p, A); (p, p, p)\},$$

es decir,

$$S_2 = \{s_2 : B \rightarrow J_2 \equiv \{Apostar(A), Pasar(p)\}\}$$

Una vez identificados los espacios de estrategias, la forma estratégica del juego simplemente requiere una asociación apropiada entre los perfiles de estrategias y los correspondientes vectores de pagos.

Como siempre, el jugador 1 es quien escoge las filas, y el jugador 2 las columnas. Y como es de suponer, nuestro tercer jugador (que es en realidad el primero en jugar), escoge la matriz. Por lo tanto, el juego en forma estratégica debe ser representado en seis matrices. Como ilustración se presentan a continuación dos de las seis matrices, las cuales corresponden a cuando la naturaleza escoge (a,m) y (b,m).

	A, A, A	A, A, p	A, p, A	p, A, A	A, p, p	p, A, p	p, p, A	p, p, p
A, A, A	100, -100	100, -100	100, -100	0, 0	100, -100	0, 0	0, 0	0, 0
A, A, p	100, -100	100, -100	100, -100	0, 0	100, -100	0, 0	0, 0	0, 0
A, p, A	100, -100	100, -100	100, -100	0, 0	100, -100	0, 0	0, 0	0, 0
p, A, A	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
A, p, p	100, -100	100, -100	100, -100	0, 0	100, -100	0, 0	0, 0	0, 0
p, A, p	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
p, p, A	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
p, p, p	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0

(a,m)

	A, A, A	A, A, p	A, p, A	p, A, A	A, p, p	p, A, p	p, p, A	p, p, p
A, A, A	-100, 100	0, 0	-100, 100	-100, 100	0, 0	0, 0	-100, 100	0, 0
A, A, p	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
A, p, A	-100, 100	0, 0	-100, 100	-100, 100	0, 0	0, 0	-100, 100	0, 0
p, A, A	-100, 100	0, 0	-100, 100	-100, 100	0, 0	0, 0	-100, 100	0, 0
A, p, p	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
p, A, p	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
p, p, A	-100, 100	0, 0	-100, 100	-100, 100	0, 0	0, 0	-100, 100	0, 0
p, p, p	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0

(b,m)

3. Encuentre un Equilibrio de Nash en estrategias puras que no sea Equilibrio Perfecto en Subjuegos.

Respuesta:

Hay varios. Por ejemplo, supongamos que el jugador 1 recibe una carta alta y el jugador 2 una carta media. El perfil $\{(p, p, p), (p, p, p)\}$ es un equilibrio de Nash que no es perfecto en subjuegos pues no es creíble que el jugador 1 decida pasar cuando recibe una carta alta.

Este es sólo un ejemplo, usted pudo haber contestado otro perfil que cumpla lo solicitado.

Nota: Recuerde que tendrá puntaje completo solo si muestra a detalle cada uno de los pasos realizados.