IN78O-1 Microeconomía Avanzada (segunda parte)

Profesor: Matteo Triossi Verondini
Auxiliar: María Haydée Fonseca Mairena

Auxiliar N°5

Primavera 2018

Temas a abordar

Repaso general para Control 3.

Verdadero o Falso

A diferencia del primer teorema del bienestar, la convexidad juega un papel crucial en la demostración del segundo teorema del bienestar.

Respuesta:
Verdadero. De hecho, a nivel formal, el teorema es una aplicación directa del teorema de separación de hiperplanos, donde el vector de precios de equilibrio separa la asignación Pareto eficiente e del conjunto de asignaciones preferidas a e por al menos un agente.

Ejercicios teóricos

1. Muestre por medio de un ejemplo por qué es necesario asumir que el conjunto de consumo sea convexo para la demostración de existencia.

Respuesta:

En este ejemplo de dos personas hay dos ubicaciones, Los Ángeles y San Luis, y una mercancía, el fútbol. Es imposible consumir el fútbol tanto en Los Ángeles como en San Luis, se debe hacer una elección. Así, el consumo fijado para cada consumidor es

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ : x = 0 \text{ o } y = 0\},$$

donde x es fútbol en Los Ángeles y y es fútbol en San Luis. Asuma preferencias sobre X dadas por

$$u(x, y) = 2x + y.$$

Las asginaciones son $\omega^1 = \omega^2 = (1, 1)$, Sea el conjunto de producción $Y = -\mathbb{R}^2_+$.
Desde que las preferencias son monotónicas, los precios son no negativos. Analizamos los distintos casos:

- Caso 1. Si $p_x > 2p_y$, ambos consumidores desearan vender toda su dotación de x y consumir solo y, por tanto no hay equilibrio.
- Caso 2. Si $p_x < 2p_y$, ambos consumidores desearan vender toda su dotación de y y consumir solo x, por tanto no hay equilibrio.
- Si $p_x = 2p_y$, cada consumidor es indiferente entre $(0, 3)$ y $(\frac{3}{2}, 0)$. Ninguna combinación de estos suma igual a la dotación $(2, 2)$, por tanto no es un equilibrio. Note que si el conjunto de consumo fuera convexo el cálculo sería:
  - Normalizamos precios, asuma $p_y = 1$. Con lo cual, $p_x = 2$.
  - Sustituimos precios en la restrición presupuestaria, con lo cual llegamos a $x_i = \frac{3-y}{2}$.
  - Sustituyendo en la función de exceso de demanda obtenemos que $y = 1$, con lo cual $x = 1$.

  Notar por tanto que si el conjunto es convexo sí existe equilibrio.

2. Describa una economía de intercambio estática con producción. Haciendo las hipótesis necesarias sobre preferencias, asignaciones iniciales y tecnologías de producción, demuestre que todo equilibrio competitivo es Pareto eficiente.

Respuesta:

En una economía estática con producción hay N individuos que son propietarios de J firmas. Los individuos utilizan sus recursos iniciales y los beneficios obtenidos por sus empresas para demandar L mercancías perfectamente divisibles. Los mercados son competitivos y los individuos toman los precios como dados. Cada individuo $i \in \{1, \ldots, N\}$ es caracterizado por una función de utilidad $U^i : \mathbb{R}^L_+ \to \mathbb{R}$, una asignación inicial de recursos $\omega^i \in \mathbb{R}^L_+$ y derechos de propiedad sobre las firmas $\theta^i = (\theta^i_1, \ldots, \theta^i_J) \geq 0$, los cuales cumplen $\sum_{i=1}^N \theta^i = (1, \ldots, 1)$. Cada firma es caracterizada por un conjunto de posibilidades de producción $Y^j \subseteq \mathbb{R}^L$. Un equilibrio para esta economía es dado por un vector de precios $\bar{p} \in \mathbb{R}^L_+ \setminus \{0\}$ junto con decisiones óptimas de consumo y producción $((\bar{x}^i)_{i\in\{1,\ldots,N\}}, (\bar{y}^j)_{j\in\{1,\ldots,N\}})$ tales que,

$$\bar{y}^j \in \operatorname*{argmax}_{y^j \in Y^j} \bar{p} \cdot y^j, \quad \forall j \in \{1, \ldots, J\}, \qquad \bar{x}^i \in \operatorname*{argmax}_{x^i \in B^i(\bar{p})} U^i(x^i), \quad \forall i \in \{1, \ldots, N\},$$

$$\sum_{i=1}^N \bar{x}^i = \sum_{i=1}^N \omega^i + \sum_{j=1}^J \bar{y}^j,$$

donde $B^i(\bar{p}) := \{x^i \in \mathcal{R}^L_+ : \bar{p} \cdot x^i \leq \bar{p} \cdot \omega^i + \bar{p} \cdot \sum_j \theta^i_j \bar{y}^j\}$ es el conjunto presupuestario de i a precios $\bar{p}$.

Diremos que una distribución de recursos $(x^i)_{i\in\{1,\ldots,N\}} \in \mathbb{R}^{LN}_+$ es factibre si existen planes de producción $(y^j)_{j\in\{1,\ldots,J\}} \in \prod_j Y^j$ tales que $\sum_{i=1}^N x^i \leq \sum_{i=1}^N \omega^i + \sum_{j=1}^J y^j$. Fije un equilibrio $(\bar{p}, (\bar{x}^i)_{i\in\{1,\ldots,N\}}, (\bar{y}^j)_{j\in\{1,\ldots,J\}})$ y suponga que la distribución de recursos $(x^i)_{i\in\{1,\ldots,N\}}$ no es Pareto eficiente. Entonces, existe otra distribución factible $(x^i)_{i\in\{1,\ldots,N\}}$ tal que $U^i(x^i) \geq U^i(\bar{x}^i)$ para todo agente $i \in \{1, \ldots, N\}$ y $U^k(x^k) > U^k(\bar{x}^k)$ para algún $k \in \{1, \ldots, N\}$. Si las preferencias son localmente no-saciadas, lo anterior implica que

$$\bar{p} \cdot x^k > \bar{p} \cdot \omega^k + \bar{p} \cdot \sum_{j=1}^J \theta^k_j \bar{y}^j; \qquad \bar{p} \cdot x^i > \bar{p} \cdot \omega^i + \bar{p} \cdot \sum_{j=1}^J \theta^i_j \bar{y}^j, \quad \forall i \in \{1, \ldots, N\} \setminus \{k\}.$$

Agregando estas desigualdades y utilizando la factibilidad de $(x^i)_{i\in\{1,\ldots,N\}}$ obtenemos que

$$\bar{p} \cdot \sum_{i=1}^N \omega^i + \bar{p} \cdot \sum_{j=1}^J y^j \geq \bar{p} \cdot \sum_{i=1}^N x^i > \bar{p} \cdot \sum_{i=1}^N \omega^i + \bar{p} \cdot \sum_{j=1}^J \bar{y}^j$$

para algún vector de planes de producción $(y^j)_{j\in\{1,\ldots,J\}} \in \prod_j Y^j$. Así, $\bar{p} \cdot \sum_{j=1}^J y^j > \bar{p} \cdot \sum_{j=1}^J \bar{y}^j$. Esto implica que existe alguna firma j tal que $\bar{p} \cdot y^j > \bar{p} \cdot \bar{y}^j$. Una contradicción con la optimalidad de las decisiones de las empresas en un equilibrio. Por lo tanto, si las preferencias de los individuos son localmente no-saciadas, todo equilibrio competitivo (caso exista) es Pareto eficiente.

Ejercicio práctico

Considere una economía de intercambio que tiene dos consumidores cuyas funciones de utilidad son de la forma

$$u_i(x_{1i}, x_{2i}) = x_{1i}(4 - x_{2i}), \quad \forall i \in \{1, 2\}$$

Note que el segundo bien es un mal. Las dotaciones iniciales están dadas por $\omega_1 = (1, 3)$ y $\omega_2 = (3, 1)$.

1. Muestre que toda asignación factible x es Pareto optima si y sólo si $x_{11} + x_{21} = 4$.

Respuesta:

Directo desde que x_{11} y x_{21} son estrictamente creciente para el agente 1 y 2, respectivamente.

2. Calcule el equilibrio Walrasiano.

Respuesta:

Utilizando el bien 1 como numerario ($p_1 = 1$). Obtenemos que

$$EW = \{p_1 = 1, p_2 = -1, x_1^* = (1, 3), x_2^* = (3, 1)\}$$

3. ¿Qué sucede con el equilibrio Walrasiano si el primer consumidor tiene derecho a entregar toda su dotación del segundo producto al agente 2?

Respuesta:

Ahora los endowments son $\omega_1 = (1, 0)$ y $\omega_2(3, 4)$.

$$EW = \{p_1 = 1, p_2 = -1, x_1^* = (5/2, 3/2), x_2^* = (3/2, 5/2)\}$$

Lista (no exhaustiva) de temas que debería manejar

- Resolver ejercicios prácticos de:
    - Economía de intercambio con las funciones convencionales (Cobb-Douglas, Leontief, Lineal, y combinación de estas).
    - Economía con producción con las funciones convencionales. (Cobb-Douglas, Leontief, Lineal, y combinación de estas).

  Al respecto hay que saber, plantear formalmente qué es un EW, encontrar el equilibrio (planteando casos en caso de ser necesario) y dibujar en caja de Edgeworth.
- Demostración general de existencia de equilibrio.
- Importancia de cada uno de los supuestos utilizados para la existencia de equilibrio.
- Demostraciones de Teoremas del Bienestar.
- Mercados contingentes y mercados financieros (los elemental).