IN78O-1 Microeconomía Avanzada (segunda parte)

Profesor: Matteo Triossi Verondini
Auxiliar: María Haydée Fonseca Mairena

Tarea N°2

Primavera 2018

Fecha de entrega: 12 de noviembre

Pregunta 1

Para las demostraciones del primer y segundo teorema del bienestar, hay algunos supuestos que suelen asumirse. Al respecto se le pide reflexionar sobre los siguiente:

1. *No saciedad local*, ¿es necesario para el primer teorema del bienestar? Probar. **(0.5pts)**

Respuesta:

Sí. La idea es la siguiente. Para demostrar que toda asignación en equilibrio es Pareto eficiente, procedo por contradicción asumiendo que no lo es. Luego, por la no saciedad local (y la continuidad) sé que podré encontrar otra asignación factible en que todos los consumidores mejoran su situación, lo cual generará luego una contradicción con la optimalidad de la asignación de equilibrio.

2. $\omega^i \gg 0$. ¿es necesario para el segundo teorema del bienestar? Probar. **(0.5pts)**

Respuesta:

Si no se cumple $\omega^i \gg 0$ puede no existir equilibrio. En la Auxiliar 1 se vió un ejemplo de ello. La idea es que si por ejemplo el agente 2 inicia con toda la ofera del bien 1 y además es el único bien que le genera utilidad, y en cambio el agente 1 inicia con toda la oferta del bien 2 (y nada del bien 1) pero tiene interés por ambos bienes, luego, la pendiente de la curva de indiferencia del agente 1 cuando no tiene nada del bien 1 es infinita. Es decir, tendrá utilidad infinita por su primera unidad del bien 1. Por tanto, no existen precios a los cuales el agente 1 no insista en comprar al menos un poco del bien 1. Por tanto, para todo vector de precios siempre existirá un exceso de demanda y por tanto no existe equilibrio.

Pregunta 2

Resuelva los siguientes ejercicios.

1. **(2pts)** Economía de intercambio. Encontrar los equilibrios de Walras. Considere un economía con dos bienes y dos individuos. Las dotaciones iniciales son $w^1 = w^2 = (3/2, 1/2)$. Y las funciones de utilidad son:

$$u_1(x_1^1, x_2^2) = 2\sqrt{x_1^1 x_2^2}$$

$$u_1(x_1^1, x_2^2) = 2\sqrt{x_1^2} + 2\sqrt{x_2^2}$$

Respuesta:

Resolviendo el problema de optimización de cada agente obtenemos:

$$x_1^1 = \frac{z^1}{2p_1}, \qquad x_2^1 = \frac{z^1}{2p_2}.$$

$$x_1^2 = \frac{p_2}{p_1(p_1+p_2)} z^2, \qquad x_2^2 = \frac{p_1}{p_2(p_1+p_2)} z^2.$$

Donde $z^i = p \cdot w^i$.

Para calcular los precios de equilibrio, imponemos que los mercados se vacían

$$3 = x_1^1 + x_1^2$$

$$1 = x_2^1 + x_2^2$$

Por tanto

$$3 = \frac{z^1}{2p_1} + \frac{p_2}{p_1(p_1+p_2)} z^2$$

$$1 = \frac{z^1}{2p_2} + \frac{p_1}{p_2(p_1+p_2)} z^2$$

$$z^1 = z^2 = \frac{3p_1 + p_2}{2}$$

Sustituyendo estos valores en la primera ecuación, queda que

$$\frac{3p_1 + p_2}{2p_1} + \frac{p_2(3p_1 + p_2)}{p_1(p_1+p_2)} = 6$$

$$-9p_1^2 + 3p_2^2 - 2p_1p_2 = 0$$

Tomando $p_1 = 1$ queda que

$$3p_2^2 - 2p_2 - 9 = 0$$

$$p_2 = \frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}\sqrt{7}$$

como $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{7} < 0$, debemos escoger la parte positiva. Por tanto,

$$p_2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{7}$$

De aquí se obtienen los valores de z^1, z^2, x_j^i.

2. **(3pts)** Economía con producción. Considere una economía con dos bienes ($l = 1, 2$) y dos consumidores ($i = 1, 2$). En este economía cada agente tiene una dotación del bien 1, es decir: $w_1 = w_2 = (1, 0)$. El bien 2 se produce utilizando el bien 1 como insumo. Además, la produción del bien 2 produce externalidades negativas para el consumidor 1. Las funciones de utilidad estan dadas por:

$$u_1(x_{11}, x_{12}, y_2) = x_{11}^{\frac{1}{2}} x_{12}^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\bar{y}_2$$

$$u_2(x_{21}, x_{22}) = x_{21} + x_{22}$$

Donde (x_{i1}, x_{i2}) es la canasta de consumo del consumidor i e $\bar{y}_2$ es la producción total de la firma, la cual tiene la siguiente función de producción.

$$y_2 = 2y_1^{\frac{1}{2}} \qquad \forall y_1 \geq 0$$

El consumidor 2 es el dueño de la firma y recibe todas sus utilidades. Conteste:

a) Defina formalmente un equilibrio competitivo con externalidades para esta economía y luego encuentre dicho equilibrio.

Respuesta:
Un equilibrio competitivo con externalidades es:

un vector de precios $(\bar{p}_1, \bar{p}_2)$ y una asignación $(\bar{x}_{11}, \bar{x}_{12}, \bar{x}_{21}, \bar{x}_{22}, \bar{y}_2, \bar{y}_1)$,

tal que:

1. $(\bar{y}_2, \bar{y}_1)$ resuelve el problema de la firma.
2. $(\bar{x}_{11}, \bar{x}_{12})$ resuelve el problema del consumidor 1, es decir maximiza $u_1(x_{11}, x_{12}, \bar{y}_2)$ sujeto a $\bar{p}_1 x_{11} + \bar{p}_2 x_{12} = 1\bar{p}_1 + 0\bar{p}_2$.
3. $(\bar{x}_{21}, \bar{x}_{22})$ resuelve el problema del consumidor 2, es decir maximiza $u_2(x_{21}, x_{22})$ sujeto a $\bar{p}_1 x_{21} + \bar{p}_2 x_{22} = 1\bar{p}_1 + 0\bar{p}_2 + \pi(\bar{p})$.
4. Los mercados se vacían: $x_{11} + x_{21} + \bar{y}_1 = 1 + 1$ y $x_{12} + x_{22} = 0 + 0 + \bar{y}_2$.

Ahora vamos a encontrar el equilibrio.
Problema de la firma:

$$\text{Max } \pi : p_2 y_2 - p_1 y_1,$$

$$\text{s.a: } y_2 = 2y_1^{\frac{1}{2}}.$$

Resolviendo,

$$y_1 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2$$

$$y_2 = 2\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

$$\pi(p) = \frac{p_2^2}{p_1}$$

Problema de optimización del consumidor 1:

$$\text{Max } U : \sqrt{x_{11} x_{12}} - \frac{1}{2}\bar{y}_2$$

$$\text{s.a} : p_1 x_{11} + p_2 x_{12} = p_1$$

Resolviendo:

$$x_{11} = \frac{1}{2}, \qquad x_{12} = \frac{p_1}{2p_2}$$

En el caso del consumidor 2 note que es un caso de sustitutos perfectos. Específicamente,

$$\text{Max } U : x_{21} + x_{22}$$

$$\text{s.a: } p_1 x_{21} + p_2 x_{22} = p_1 + \frac{p_2^2}{p_1}$$

Por tanto habrá que resolverlo por casos.
Resolviendo tenemos que $\frac{p_1}{p_2} = 1$, y la asignación $(\bar{x}_{11}, \bar{x}_{12}, \bar{x}_{21}, \bar{x}_{22}, \bar{y}_2, \bar{y}_1) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2, 1)$ constituyen el equilibrio walrasiano.

b) ¿Es el equilibrio competitivo encontrado Pareto eficiente?

Respuesta:

Este equilibrio no es Pareto Óptimo ya que la firma no se está considerando la externalidad que su producción le genera al consumidor. Para verlo note que $u_1(\bar{x}) = -1/2$ y $u_2(\bar{x}) = 2$. Pero si consideramos la asignación $x_1' = (0,0)$, $x_2' = (2,0)$ y $y = (0,0)$ tenemos $u_1(x') = 0$, $u_2(x') = 2$.

Nota: Recuerde que tendrá puntaje completo solo si muestra a detalle cada uno de los pasos realizados.