IN78O-1 Microeconomía Avanzada (segunda parte)

Profesor: Matteo Triossi Verondini
Auxiliar: María Haydée Fonseca Mairena

Auxiliar N°1

Primavera 2018

Temas a abordar

- Equlibrio General (en Economía de Intercambio).
  - (i) Definición de equilibrio Walrasiano.
  - (ii) La correspondencia de exceso de demanda y la relación entre sus características y la existencia de equilibrio.
  - (iii) Ejemplos de multiplicidad de equilibrios y no existencia.
  - (iv) Asignaciones justas (eficientes y libres de envidia).

El análisis del Equilibrio General trata de cómo un amplio número de individuos tomando decisiones de forma separada logran en el agregado coordinar sus esfuerzos de producción, igualar la oferta y demanda, y alcanzar una asignación eficiente de los bienes y servicios de la economía. Como veremos, es el Sistema de Precios el mecanismo que logra tal coordinación entre los agentes al condesar y brindar la información necesaria para la toma de decisiones individuales.

Ejercicio 1

Considere una economía con I agentes $i \in \mathcal{I} = \{1, \ldots, I\}$ y L bienes $l \in \mathcal{L} = \{1, \ldots, L\}$. Una canasta de bienes es un vector $x \in \mathbb{R}^L_+$. Cada agente i tiene una dotación inicial $e^i \in \mathbb{R}^L_+$ y una función de utilidad $u^i : \mathbb{R}^L_+ \to \mathbb{R}$. Los agentes se consideran tomadores de precios, los cuales estan dados por $p \in \mathbb{R}^L_+$. La restricción presupuestaria puede ser escrita como $B^i(p, e^i) = \{x \in \mathbb{R}^L_+ : p \cdot x \leq p \cdot e^i\}$.
Defina formalmente el Equilibrio Walrasiano en una economía de intercambio e interprete.

Respuesta:
Un Equilibrio Walrasiano para la economía $\mathcal{E}$ es un vector $(p, (x^i)_{i\in I})$ tal que:

1. Los agentes maximizan su utilidad:
$$\forall i \in I, \qquad x^i \in \arg\max_{x\in B^i(p)} u^i(x)$$
2. Los mercados se vacían:
$$\forall l \in L, \qquad \sum_{i\in I} x^i_l = \sum_{i\in I} e^i_l.$$

En palabras, un Equilibrio Walrasiano es un vector de precios, y una cesta de consumo de cada agente, tal que (1) cada agente escoge cestas de consumo que maximizan su propia utilidad tomando los precios del mercado como dados, y (2) la demanda total de cada bien es igual a su dotación inicial agregada existente.

Ejercicio 2

Para todos los agentes $i \in \mathcal{I}$, asuma que:

1. u^i es continua.
2. u^i es creciente, es decir, $u^i(x') > u^i(x)$ siempre que $x' \gg x$.
3. u^i es cóncava.

4. $e^i \gg 0$.

Defina la función de exceso de demanda agregada del agente i como:

$$z^i(p) = x^i(p, p \cdot e^i) - e^i$$

donde $x^i(p, p \cdot e^i)$ es la función de demanda Walrasiana del agente i. La función de exceso de demanda agregada es

$$z(p) = \sum_i z^i(p)$$

Sabemos que probar la existencia de equilibrio se redice a demostrar que una solución para $z(p) = 0$ existe bajo los supuestos (1)-(4). Para ello son importantes las siguientes propiedades de $z(p)$.

(i) z es continua,

(ii) z es homogenea de grado cero,

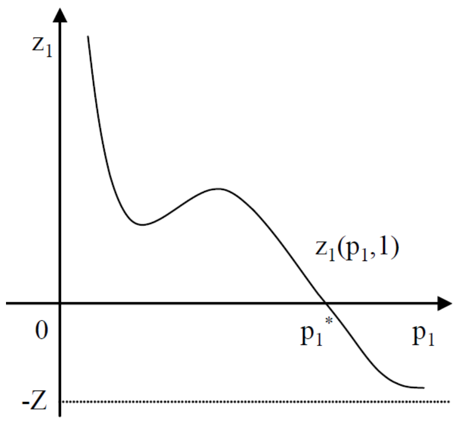
(iii) $z(p) = 0$ para todo p (Ley de Walras),

(iv) para algún $Z > 0$, $z_l(p) > -Z$ para todo $l \in \mathcal{L}$ y para todo p,

(v) si $p^n \to p$, donde $p \neq 0$ y $p_l = 0$ para algún l, entonces $\max\{z_1(p^n), \ldots, z_L(p^n)\} \to \infty$.

Entregue una argumento intuitivo claro para cada una de las propiedades mencionadas de $z(p)$. Puede asumir solo dos bienes para una mejor intución y apoyarse de gráfico.

Respuesta:
Excepto por la última propiedad, todos estos siguen directamente de las propiedades de la función de demanda Marshalliana establecida en la primera mitad de la clase (para más detalles ver [MWG] páginas 51 y 52). La última propiedad no es complicada. Como algunos, pero no todos, los precios bajan a cero, debe haber algún consumidor cuya riqueza no vaya a cero. Debido a que tiene preferencias fuertemente monótonas, debe exigir más y más de uno de los bienes cuyo precio se va a cero.
Según lo orientado, consideremos el caso donde solo hay dos bienes en la economía, por lo que queremos encontrar un vector de precios de equilibrio Walrasiano $p = (p_1, p_2)$ con $z(p) = 0$. Debido a que $z(\cdot)$ es homogéneos de grado cero, podemos normalizar el precio de $p_2 = 1$, lo que significa que podemos buscar solo sobre los vectores de precios $p = (p_1, p_2 = 1)$. Además, debido a la Ley de Walras, $z(p) \cdot p = 0$ para cualquier p, para establecer un equilibrio, basta con encontrar un precio p_1 tal que $z_1(p_1, 1) = 0$. (Si esto se cumple, entonces $z_2(p_1, 1) = 0$ según la Ley de Walras.) La figura a continuación representa $z_1(p1, 1)$ en función de p_1. Hay tres puntos importantes a tener en cuenta en la imagen que debe contener. Primero, $z_1(\cdot, 1)$ es continuo. Segundo, para valores muy pequeños de p_1, $z_1(p_1, 1)$ es estrictamente positivo. Tercero, para valores muy grandes de p_1, $z_1(p_1, 1)$ es negativo. Debe haber al menos un valor de p_1 para el cual $z_1(p_1, 1) = 0$ y el vector $(p_1, 1)$ es un vector de precios de equilibrio walrasiano.



La única sutileza de este argumento es establecer los puntos 2 y 3, a saber, que cuando uno de los bienes se vuelve infinitamente barato en relación con el otro bien, habrá un exceso de demanda por el bien más barato. Formalmente, esto se desprende de las condiciones (iv) y (v). Para valores muy pequeños de p_1, la condición (v) implica que z_1 o z_2 deben ser muy grandes. Sin embargo, no puede ser que el exceso de demanda para el bien relativamente caro 2 sea muy grande, porque entonces $p_2 \cdot z_2 = z_2$ sería muy grande, y la condición (iv) implica que $p_1 \cdot z_1 > -Z$ para algunos arreglos Z. Por lo tanto, la ley de Walras que establece que $p_1 \cdot z_1 + p_2 \cdot z_2 = 0$ sería violada.

Ejercicio 3

Considere una economía de intercambio con dos consumidores y dos bienes. El conjunto de consumo es $\mathbb{R}^2_+$. Las preferencias del consumidor 1 y 2, respectivamente, están representadas por:

$$u_1(x_{11}, x_{21}) = x_{11}x_{21}$$
$$u_1(x_{12}, x_{22}) = x_{12}^{\frac{1}{3}}x_{22}^{\frac{2}{3}}$$

La dotación agregada de bienes es $\omega = (2, 2)$. Para los incisos (a), (b) y (b) asuma $\omega_1 = (1, 1)$ y $\omega_2 = (1, 1)$.

(a) Derive la función de exceso de demanda agregada para esta economía.

Respuesta:

El consumidor 1 resuelve:

$$\text{Max } x_{11}x_{21}, \qquad \text{s.a:} p_1x_{11} + p_2x_{21} = p_1 + p_2$$

$$\text{Max } \mathcal{L} = x_{11}x_{21} + \lambda[p_1 + p_2 - p_1x_{11} - p_2x_{21}]$$

Condiciones de primer orden:

$$[x_{11}] : x_{21} - \lambda p_1 = 0$$
$$[x_{21}] : x_{11} - \lambda p_2 = 0$$
$$[\lambda] : p_1x_{11} + p_2x_{21} = p_1 + p_2$$

Resolviendo

$$x_{11} = \frac{p_1 + p_2}{2p_1}$$
$$x_{21} = \frac{p_1 + p_2}{2p_2}$$

El consumidor 2 resuelve:

$$\text{Max } x_{12}^{\frac{1}{3}}x_{22}^{\frac{2}{3}}, \qquad \text{s.a: } p_1x_{12} + p_2x_{22} = p_1 + p_2$$

$$\text{Max } \mathcal{L} = x_{12}^{\frac{1}{3}}x_{22}^{\frac{2}{3}}\lambda[p_1 + p_2 - p_1x_{12} - p_2x_{22}]$$

Resolviendo

$$x_{12} = \frac{p_1 + p_2}{3p_1}$$
$$x_{22} = \frac{2(p_1 + p_2)}{3p_2}$$

Luego, las funciones de Exceso de Demanda Agregada son:

$$z_1(p) = \sum_i x_{1i}(p) - \sum_i \omega_{1i}(p) = \frac{p_1 + p_2}{2p_1} + \frac{p_1 + p_2}{3p_1} - 2$$

$$z_2(p) = \sum_i x_{2i}(p) - \sum_i \omega_{2i}(p) = \frac{p_1 + p_2}{2p_1} + \frac{2(p_1 + p_2)}{3p_2} - 2$$

(b) Verifique si la función de exceso de demanda agregada satisface las condiciones que, para una función de exceso de demanda agregada arbitraria, garantizarían la existencia de un Equilibrio Walrasiano. Explique.

Respuesta:

Tenemos que verificar si $\mathbf{z}(\mathbf{p})$ satisface las siguientes tres codiciones (si las cumple entonces exite un vector de precios $\mathbf{p}^* \gg 0$ tal que $\mathbf{z}(\mathbf{p}^*) = 0$):

(i) $z(\cdot)$ *es continua en* $\mathbb{R}^n_{++}$ y homogénea de grado cero. Directo.

(ii) $\mathbf{p} \cdot z(p) = 0$ *para todo* $\mathbf{p} \gg 0$.

$$[p_1 p_2] \begin{bmatrix} \frac{5(p_1+p_2)}{6p_1} - 2 \\ \frac{7(p_1+p_2)}{6p_2} - 2 \end{bmatrix} = p_1\left(\frac{5(p_1+p_2)}{6p_1} - 2\right) + p_2\left(\frac{7(p_1+p_2)}{6p_2} - 2\right) = \frac{5(p_1+p_2)}{6} - 2p_1 + \frac{7(p_1+p_2)}{6} - 2p_2 = 0$$

Luego se cumple la Ley de Walras.

(iii) *Si* $\{\mathbf{p}^m\}$ *es una secuencia de vectores de precio en* $\mathbb{R}^n_{++}$ *que converge a* $\bar{\mathbf{p}} \neq 0$*, con* $\bar{p}_k = 0$ *para algún bien* k*, entonces para algún bien* k' *con* $\bar{p}_{k'} = 0$ *la secuencia asociada de exceso de demanda en el mercado del bien* k'*,* $\{z_{k'}(\mathbf{p}^m)\}$*, no tiene cota superior.*

Tomemos la siguiente secuencia de vectores de precios: $\{\mathbf{p}^m\} = \left\{\frac{\bar{p}_1}{m}, \bar{p}_2\right\}$ donde el $\lim_{m\to\infty}\{\mathbf{p}^m\} = (0, \bar{p}_2) \neq 0$, con $\bar{p}_{k'} = 0$ para el bien 1. Debemos verificar que la secuencia asociada de exceso de demanda en el mercado del bien 1, $\{z_1(\mathbf{p}^m)\}$, no tenga cota superior (es decir el llímite de la secuenica sea infinito). Se tiene que:

$$\{z_1(\mathbf{p}^m)\} = \frac{5(\frac{\bar{p}_1}{m} + \bar{p}_2)}{6\frac{\bar{p}_1}{m}} - 2$$
$$\lim_{m\to\infty}\{z_1(\mathbf{p}^m)\} = \infty$$

Tomenos la siguiente secuencia de vectores de precios: $\{\mathbf{p}^m\} = \left\{\bar{p}_1, \frac{\bar{p}_2}{m}\right\}$ donde el $\lim_{m\to\infty}\{\mathbf{p}^m\} = (\bar{p}_1, 0) \neq 0$, con $\bar{p}_k = 0$ para el bien 2. Debemos verificar que la secuencia asociada de exceso de demanda en el mercado del bien 2, $\{z_2(\mathbf{p}^m)\}$, no tenga cota superior (es decir que el límite de la secuencia sea infinito). Se tiene que:

$$\{z_2(\mathbf{p}^m)\} = \frac{7(\frac{\bar{p}_2}{m} + \bar{p}_1)}{6\frac{\bar{p}_2}{m}} - 2$$
$$\lim_{m\to\infty}\{z_2(\mathbf{p}^m)\} = \infty$$

Por lo tanto se cumple esta condición.

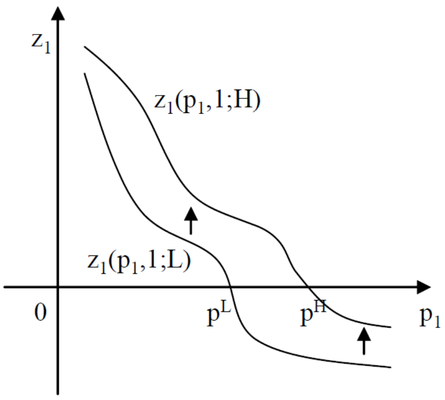
Ejercicio 4

Demuestre que si la función de exceso de demanda agregada $z(\cdot)$ satisface la condición de sustitutos brutos[1], la economía tiene a lo sumo un equilibrio Walrasiano, es decir $z(p) = 0$ tiene como máximo una solución (salvo normalización). Luego analice la estática comparativa de una economía con dos bienes que cumple la propiedad de sustitutos brutos, apóyese de un gráfico para el análisis.

[1] Una función de demanda Marshalliana $x(p)$ satisface la propiedad de sustitutos brutos (gross subtitutes) si, siempre que p y p' son tales que $p'_k > p_k$ y $p'_l = p_l$ para todo $l \neq k$, entonces $x_l(p') > x_l(p)$ para todo $l \neq k$.

Respuesta:
Primero note que si cada individuo tiene una función de demanda Marshalliana que satisfaga la propiedad de sustitutos brutos, entonces tanto la función de exceso de demanda individual como la agregada satisfacen la propiedad también. Para realizar la demostración que se pide, suponga por contradicción que $z(p) = z(p') = 0$ para dos vectores de precios p y p' que son no colineales. Por la homogenidad de grado cero, podemos siempre normalizar el vector de precios en tal forma que $p'_l \geq p_l$ para todo $l \in \mathcal{L}$ y $p'_k = p_k$ para algún bien k. Luego, pasar de p a p' lo podemos pensar como movimienots en una serie de $n-1$ pasos, incrementando por turno el precio de cada bien $l \neq k$. E cada paso donde un componente de precios incrementa estrictamente (lo cual debe ocurrir en al menos uno de los pasos), la demanda agregada del bien k debe incrementar estrictamente, luego $z_k(p') > z_k(p) = 0$, contradicción.

Cualquier cambio que eleve el exceso de demanda para el bien k aumentará el precio de equilibrio de ese bien. Tal y como pide el ejercicio, supongamos que hay dos bienes y normalizamos $p_2 = 1$. Supongamos también que el bien 1 es un bien normal para todos los agentes. Ahora considere un aumento en la dotación del bien numerario 2 para algunos de los agentes. Para cualquier precio p_1, este cambio aumentará la demanda agregada del bien 1 y, por lo tanto, aumentará el exceso de demanda agregada. Como se muestra en la Figura, esto desplazará hacia arriba la curva de exceso de demanda $z_1(\cdot, 1)$, pasando de $z_1(\cdot, 1; L)$ a $z_1(\cdot, 1; H)$. Debido a que $z_1(\cdot, 1; L)$ es continua y cruza cero solo una vez (dado que el equilibrio es único), el nuevo equilibrio debe tener un precio más alto para el bien 1.



Ejercicio 5

Considere una economía con dos consumidores y dos mercancías. Las funciones de utilidad son $u^1(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$ y $u^2(x_1, x_2) = x_1$. Las asignaciones iniciales son $\omega^1 = (0, 1)$ y $\omega^2 = (1, 0)$. ¿Existe equilibrio en esta economía? De ser así encuentrelo, caso contrario argumente.

Respuesta:
Note que el individuo $i = 2$ solo se interesa por el consumo del primer bien, del cual él tiene como asignación inicial toda la oferta que hay en la economía. Por lo tanto, en caso que exista un equilibrio, $i = 2$ siempre va a consumir la canasta $(1, 0)$. Por otro lado, como el individuo $i = 1$ tiene preferencias estrictamente monótonas, solo precios estrictamente positivos para ambas mercancías son compatibles con equilibrio (en otro caso, no existiría un óptimo individual). Luego, el primer individuo tendría, en equilibrio, una renta estrictamente positiva, la cual él siempre utilizaría para demandar una cantidad estrictamente positiva de la primera mercancía. Por lo tanto, en equilibrio existiría exceso de demanda por la mercancía $l = 1$. Una contradicción.

Ejercicio 6

Considere una economía de intercambio Walrasiana con dos individuos y dos mercancías. La función de utilidad del consumidor $i = 1$ es $u^1(x, y) = x^{7/19} y^{6/13}$ y su asignación inicial es $\omega^1 = (1, 0)$. La demanda Marshaliana del individuo

$i = 2$ es diferenciable y existe al menos un precio de equilibrio. Muestre que, si el primer bien es un bien Giffen para el individuo $i = 2$ a precios de equilibio p entonces la economía tiene al menos dos equilibrio.

Respuesta:
Un teorema muy útil siempre que queramos identificar si en un problema el equilibrio o único o múltiple, es el Teorema del Índice. (Para mayor referencia ver [T]).
En una economia con L bienes y N individuos, denote $DZ(p)$ el jacobiano de la correspondencia de exceso de demanda.

$$DZ(p) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1^1}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1^2}{\partial p_1} + ... + \frac{\partial x_1^N}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial x_1^1}{\partial p_L} + \frac{\partial x_1^2}{\partial p_L} + ... + \frac{\partial x_1^N}{\partial p_L} \\ \cdots & \cdots & \\ \frac{\partial x_L^1}{\partial p_1} + \frac{\partial x_L^2}{\partial p_1} + ... + \frac{\partial x_L^N}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial x_L^1}{\partial p_L} + \frac{\partial x_L^2}{\partial p_L} + ... + \frac{\partial x_L^N}{\partial p_L} \end{bmatrix}$$

Donde $\frac{\partial x_l^i}{\partial p_1}$ es la derivada parcial de la demanda marshaliana del individuo i por el bien j respecto al precio del bien 1. $D\hat{Z}(p)$, será el jacobiano de la matriz de exceso de demanda restringida, es decir la matriz $DZ(p)$ eliminando la última fila y la última columna, así note que el rango de esta matriz será $L - 1$. Un equilibrio es regular si el $det|D\hat{Z}(p)| \neq 0$. Una economía es regular si todos sus equilibrios son regulares.

Teorema del índice: En una economía regular sí

$$(-1)^{L-1} sign|D\hat{Z}(p)| = \begin{cases} > 0 \text{ el equilibrio es único.} \\ < 0 \text{ existen al menos dos equilibrios.} \end{cases}$$

Apliquemos esto a nuestro ejercicio.

- Normalizando el precio de la segunda mercancía a uno. Por tanto, los equilibrios $(q, 1)$ o equivalentemente $(p_1/p_2, 1)$ son caracterizados por los ceros de la función $\hat{z}_1(q) := x^1(q, 1) + x^2(q, 1) - 1 - \omega_1^2$, donde $x_1^i(q, 1)$ es la demanda Marshaliana del individuo i y ω_1^2 es la asignación inicial de la preimera mercancía en manos del agente $i = 2$.
- Como ambos individuos tienen demandas Marshalianas diferenciables (uno por hipótesis, el otro por tener utilidades Cobb-Douglas) la función $\hat{z}_1$ es derivable.
- Como en nuestro caso solo tenemos dos bienes y dos individuos, la matriz $D\hat{Z}(p)$ estará integrada por solo un elemento que será el correspondiente a la posición (1,1) de la matriz $DZ(p)$. Denotemos por $\hat{z}_1'(p_1/p_2)$ a dicho elemento.
- Así,

$$\begin{aligned} \hat{z}_1'(p_1/p_2) &= \partial_1(x_1^1(p_1/p_2, 1) + x_1^2(p_1/p_2, 1)) \\ &= \partial_1 x_1^2(p_1/p_2, 1) \\ &= p_2 \partial_1 x_1^2(p_1/p_2, 1) > 0 \end{aligned}$$

  Esto debido a que la demanda del individuo $i = 1$ por la primera mercancía es constante: $x^1(p_1/p_2, 1) = \alpha/(\alpha+\beta)$ con $(\alpha, \beta) = (7/19, 6/13)$ y $\partial_1 x_1^2(p_1/p_2, 1) > 0$ por hipótesis (por ser bien Giffen). Por tanto, $sign|D\hat{Z}(p)| > 0$.
- Aplicando la fórmula del teorema del índice $(-1)^1 sign|D\hat{Z}(p)| =< 0$, con lo cual concluimos que existe al menos dos equilibrios. Es decir, existe al menos un $q \in (p_1/p_2, +\infty)$ tal que $\hat{z}_1(q) = 0$.

Ejercicio 7

Considere una economía de intercambio estática con N consumidores y L mercancías, donde la oferta agregada de recursos es $W \in \mathbb{R}_{++}^L$. Cada individuo $i \in \{1, \dots, N\}$ tiene una función de utilidad $u^i : \mathbb{R}_+^L \to \mathbb{R}$ continua, estrictamente creciente y estrictamente cuasi-cóncava. Diremos que una distribución de recursos $(x^i)_{i\in\{1,\dots,N\}}$ es *libre de envidia* si

$u^i(x^i) \geq u^i(x^j)$ para todo $i, j \in \{1, \ldots, N\}$. Una asignación factible es *justa* si es Pareto eficiente y libre de envidia.

1. De un ejemplo de una economía donde las distribuciones de recursos que se obtienen en un equilibrio competitivo no son justas.

Respuesta:

Para que la distribución de recursos que se obtiene en un equilibrio sea justa debe ser libre de envidia. Intuitivamente, es imposible que esto ocurra en economías donde los individuos tienen rentas monetarias muy desiguales. Por ejemplo, si $N = 2$, $u^1(x, y) = u^2(x, y) = \sqrt{xy}$ y $W = w^1 + w^2 = (10, 10) + (1, 1)$, entonces en el único equilibrio Walrasiano los agentes demandan sus asignaciones iniciales y el individuo $i = 2$ envidia la situación del individuo $j = 1$, pues $u^i(\bar{x}^j) = \sqrt{100} > \sqrt{1} = u^i(\bar{x}^i)$.

2. Demuestre que siempre existen distribuciones de recursos justas.

Respuesta:

Considere el siguiente problema de maximización del bienestar social, en el cual un planificador central se preocupa del individuo que está en la peor situación en términos de utilidad:

$$\max_{(x^1,\ldots,x^n)\in\mathbb{R}_+^{LN}:\sum_{i=1}^N x^i \leq W} \min\{u^1(x^1), \ldots, u^N(x^N)\}$$

Recuerde que el Teorema de Weierstrass establece que una función continua en un conjunto cerrado y acotado alcanza sus valores máximo y mínimo en puntos del conjunto. Luego, como en nuestro caso las funciones de utilidad son continuas y el conjunto de asignaciones factible es compacto, sigue del Teorema de Weierstrass que existe una solución para el problema anterior. Además, en toda solución $(\bar{x}^1, \ldots, \bar{x}^N)$ tenemos que $u^i(\bar{x}^i) = u^j(\bar{x}^j)$ para todo $i, j \in \{1, \ldots, N\}$. Si no fuera así, existiría un agente i tal que $\min_{j\neq i} u^j(\bar{x}^j) < u^i(\bar{x}^i)$. Luego, por la continuidad de las funciones de utilidad, existiría $\theta \in (0, 1)$ tal que $\min_{j\neq i} u^j\left(\bar{x}^j + \frac{(1-\theta)}{N-1}\bar{x}^i\right) < u^i(\theta\bar{x}^i)$, lo que implicaría que $\min\left\{u^i(\theta\bar{x}^i), \min_{j\neq i} u^j\left(\bar{x}^j + \frac{(1-\theta)}{N-1}\bar{x}^i\right)\right\} > \min_i u^i(\bar{x}^i)$. Esto contradeciría la optimalidad de $(\bar{x}^1, \ldots, \bar{x}^N)$.

Referencias

- Ejercicios 1, 2 y 4. Apunte *General Equilibium* de Jonathan Levin (2006).
- Ejercicio 3. Prueba 1 de la clase de *Teoría Microeconómica I* (2006). Profesor José Miguel Sánchez. Pontífica Universidad Católica de Chile.
- Ejercicio 5. *Apunte Elementos de Economía Matemática* de Juan Pablo Torres-Martínez. 2012.
- Ejercicio 6. Pauta Solemne 2 de la clase de *Microeconomía II* (2015). Profesor Juan Pablo Torres-Martínez. Universidad de Chile.
- Ejercicio 7. Pauta Solemne 1 de la clase de *Microeconomía II* (2018). Profesor Juan Pablo Torres-Martínez. Universidad de Chile.
- [MWG] hace referencia a: Mas-Colell, Whinston and Green (1995). *Microeconomic Theory.* Oxford University Press.
- [T] hace referencia a: *Uniquensess and Stability* de Timothy J. Kehoe.