IN78O-1 Microeconomía Avanzada (segunda parte)

Profesor: Matteo Triossi Verondini
Auxiliar: María Haydée Fonseca Mairena

Ejercicios adicionales[1]

Primavera 2018

Solucionar los ejercicios siguientes.

1. Considere una economía de intercambio con I agentes y L bienes. Suponga que cada agente tiene una dotación estrictamente positiva de cada bien con $\sum_i e_l^i = 1$ para todo bien l. Suponga que la función de utilidad de cada agente i es $u^i(x) = \sum_{l=1}^L v^i(x_l)$, donde $v^i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ es estrictamente creciente, estrictamente cóncava, diferenciable, y satisface $\lim_{x\to 0} \frac{dv^i}{dx}(x) = \infty$.
(a) Pruebe que esta economía tiene a lo más un EW (salvo, evidentemente, la normalización de precios). HINT: Use las condiciones de primer orden en la definición de EW.
(b) Use lo mostrado en a. para deducir que si cada agente i tiene preferencias
$$u^i(x) = \prod_{l=1}^L x_l$$
y las dotaciones iniciales son tales que para todo par de bienes l, l', $\sum_i e_l^i = \sum_i e_{l'}^i$, entonces la economía tiene un único precio de equilibrio, a menos de la normalización de los precios.

2. Considere una economía de Robinson Crusoe, en el que un consumidor representativoes dueño de la única firma (representativa) productora del bien de consumo. El habitante dispone de $T > 0$ horas que puede distribuir entre trabajo y ocio. La función de producción de la firma transforma h unidades de trabajo en $f(h)$ unidades de consumo donde $f(0) = 0$ y f es dos veces diferenciable con $f' > 0$ y $f'' < 0$. La firma, sin embargo, es altamente contaminante de modo que si produce y unidades de consumo emite y unidades de contaminación. El consumidor disfruta del consumo y del ocio, pero le molesta la contaminación. Su función de utilidad está dada por $u(x, l, y)$ donde x es su consumo, l es su ocio, e y es la contaminación de la firma. Suponemos además que la función u es cóncava en (x, l, y). Suponemos que $(u_x, u_l, -u_y) \gg 0$. La firma maximiza utilidades y el consumidor maximiza su utilidad sobre consumo y ocio dados los precios y el nivel de contaminación. Normalizamos el precio del consumo $p_c = 1$.
(a) Plantee el problema de optimización de la firma y del consumidor en un EW. Obtenga las CPOs para cada problema (suponga solución interior).
(b) Muestre que cualquier resultado Pareto eficiente (suponiendo solución interior), la cantidad de horas trabajadas h^* satisface
$$f'(h^*)\Big(u_x(x^*, T-h^*, x^*) + u_y(x^*, T-h^*, x^*)\Big) = u_l(T-h^*)$$
con $x^* = f(h^*)$.
(c) Es el EW Pareto eficiente? Use las partes anteriores para fundamentar su respuesta. Además, explique su respuesta gráficamente.

3. Considere una economía con dos bienes y dos agentes. Para cada una de las siguientes especificaciones de preferencias y dotaciones iniciales, dibuje la caja de Edgeworth y el conjunto de las asignaciones Pareto óptimas. Calcule el EW y muestre la asignación en la caja: (i) $u^1(x;y) = x^\alpha y^{1-\alpha}, u^2(x;y) = x^\beta y^{1-\beta}, e^1 = (1,0), e^2 = (0,1)$.

4. Probar que una asignación $\hat{x}$ es eficiente en el sentido de Pareto si y solo existen $\lambda^1, ..., \lambda^I \in \mathbb{R}_+$ con $\sum_{i=1}^I \lambda^i = 1$ y
$$\hat{x} \in \arg \max_{\sum_{i=1}^I x^i \leq \bar{\omega}} \sum_{i=1}^I \lambda^i u^i\left(x^i\right)$$
si la funciones u^i son convexas y de clase C^1.

[1] Obtenido de tareas 1 y 2, año 2015.

5. Consideren una economía con curva de demanda inversa $P = P(Q)$ y empresas identicas con función de producción $q = f(x)$.
(a) Sea N el número de empresas. ¿Bajo cuáles condiciones existe un equilibrio competitivo?
(b) Consideren los tres casos de retornos de escalas constantes, crecientes y decrecientes. En cuáles de estos existe un equilibrio de largo plazo (hint: ¿cuáles condiciones imponen los tres supuestos sobre la función de costes?

6. Sea $u : \mathbb{R}_+^L \to \mathbb{R}$ una función de utilidad estrictamente creciente y estrictamente cóncava y sea $x(p, I)$ la función de demanda (p es el precio e I es el ingreso del consumidor). Probar che si $j \in \{1, ..., L\}$, entonces existe $l = l(j)$ con $\lim_{p_j \to 0} x_l(p, P) = \infty$. Es verdad que $l = l(j)$, por qué?

7. Considere una economía que produce dos bienes usando dos factores, k y l. El primer bien se produce de acuerdo a la tecnologia $f_1(k, l) = \min(k, l)$, mientras que el segundo bien se produce de acuerdo a $f_2(k, l) = (kl)^{1/2}$. La economía es pequeña y transa los bienes en los mercados internacionales a precios p_1, p_2. Los factores, sin embargo, no se pueden transar en los mercados internacionales por lo que solo se transan localmente. La dotación local de factores está dada por $(K, L) \in \mathbb{R}^2_{++}$.
(a) Dados los precios de los factores (r, w), encuentre el costo de producir una unidad del bien i

$$c_i(r, w) = \min\{rk + wl \mid f_i(k, l) \geq 1\}.$$

(b) Para cada i y $\kappa > 0$, grafique la curva $\{(r, w) \mid c_i(r, w) = \kappa\}$. Use estas curvas para inferir la posible existencia de uno o más equilibrios en los mercados de factores. Explique esta multiplicidad y contraste esta observación con el resultado de unicidad discutido en clases.

8. Considere una economía de intercambio de dos bienes y dos agentes con $u^1(c_1, c_2) = \ln(c_1) + \ln(c_2)$ y $u^2(c_1, c_2) = c_1 + ac_2$, con $a \in]0, 1]$. Suponga que las dotaciones iniciales totales de la economía. son tales que $e_1, e_2 \in \mathbb{R}^2_{++}$.
(a) Encuentre el conjunto de asignaciones Pareto óptimas de la economía.
(b) Para cada asignación $x = (x^1, x^2)$ Pareto óptima de la economía, encuentre el vector de precios p tal que (p, x) es un EW de la economía de intercambio con dotaciones iniciales x^1 y x^2.
(c) Suponga que $a = 1$ y que $e_1 = e_2 = 1$. Considere la asignación Pareto óptima $x^1 = x^2 = (1/2, 1/2)$. Suponga además que los dotaciones iniciales son $e^1 = (3/4; 3/4)$ y $e^2 = (1/4; 1/4)$. Muestre que (x^1, x^2) no puede ser una asignación de equilibrio Walrasiano de la economía. de intercambio $(u^i; e^i)_{i=1,2}$. Conecte esta observación con el Segundo Teorema de Bienestar? Discuta.