INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Clase auxiliar #10

Teoría de juegos y oligopolios

¡Recordar!

La **teoría de juegos** es una rama de la economía que estudia la interacción estratégica entre agentes.

- **Juego en forma normal:** es una situación que consta de un conjunto de jugadores $\mathcal{I} = \{1, ..., I\}$, conjuntos de acciones A_i para cada jugador $i \in \mathcal{I}$ y pagos $u_i : A = A_1 \times ... \times A_I \to \mathbb{R}$ para cada jugador $i \in \mathcal{I}$ y cada perfil de estrategias $(a_1, ..., a_I) \in A$.
- **Dominancia estricta:** una estrategia A domina estrictamente a una estrategia B si, independiente de lo que haga el resto de los jugadores, jugar A es estrictamente preferible a jugar B.
- **Dominancia débil:** una estrategia A domina débilmente a una estrategia B si, independiente de lo que haga el resto de los jugadores, jugar A es al menos tan preferible que jugar B.
- **Equilibrio de Nash:** perfil de estrategias tal que cada jugador está jugando su mejor respuesta dadas las estrategias elegidas por los otros jugadores.

Un **oligopolio** es un mercado donde co-existe un pequeño número de firmas que proveen un bien o servicio. Algunos modelos de competencia oligopólica son:

- **Modelo de Cournot:** Se dice que un grupo de firmas compiten a la Cournot, si lo que deciden son cantidades de producción. La decisión de la cantidad a producir es simultánea.
- **Modelo de Bertrand:** Ocurre cuando las firmas, en lugar de competir en cantidades, compiten en precios. La decisión del precio de venta es simultánea.
- **Modelo de Stackelberg:** Es una variación del modelo de Cournot, pues ahora la decisión de cuáanto producir es secuencial, es decir, primero decide una firma, luego otra, y otra y así sucesivamente.

1. Juegos clásicos

Para cada uno de los siguientes juegos describa (1) el conjunto de jugadores $\mathcal{I}$, (2) el conjunto de acciones A_i de cada jugador i, (3) las estrategias estrictamente/débilmente dominadas/dominantes si es que existen y (4) los equilibrios de Nash si es que existen.

Dilema del prisionero

		2	
		C	NC
	C	(1,1)	(-1,2)
1	NC	(2,-1)	(0,0)

Juego de coordinación

		2	
		E	O
	E	(2,2)	(0,0)
1	O	(0,0)	(1,1)

Batalla de los sexos

		2	
		E	O
	E	(2,1)	(0,0)
1	O	(0,0)	(1,2)

Lanzamiento de penales

			2	
		D	I	C
	D	(1,0)	(0,1)	(0,1)
1	I	(0,1)	(1,0)	(0,1)
	C	(0,1)	(0,1)	(1,0)

2. Competencia a la Bertrand con consumidores leales

Este es un modelo de competencia de Bertrand con consumidores leales/distraídos/inmóviles/etc. Este ejercicio muestra una salida más a la paradoja de Bertrand. Dos firmas $i = 1, 2$ producen un bien homogéneo a un costo por unidad constante igual a $c > 0$. Hay $M = N + 2K$ consumidores, cada uno de los cuales compra 1 unidad o nada. Cada consumidor tiene un valor de reserva igual a $v > c$ y si esta indiferente entre comprar o no comprar $(v = p)$ siempre compra. N consumidores compran de la firma con el menor precio (resuelven indiferencias uniformemente). K consumidores son leales a cada firma. Ellos compran de la firma a la que son leales siempre, a menos que el precio de la firma sea mayor que v. Asuma que $N, K > 0$. Muestre que este juego no tiene equilibrio de Nash.

3. Stackelberg versus Cournot

Considere un juego de Stackelberg entre dos firmas, 1 y 2. La firma 1 decide $q_1 \geq 0$ primero y luego la firma 2, observando q_1, decide q_2. La demanda inversa esta dada por $P(q1 + q2) = \text{máx}\{a(q1 + q2), 0\}$ con $a > 0$. Las firmas no tienen costos.

a. Muestre que el juego tiene un continuo de equilibrios de Nash.

b. Encuentre el equilibrio perfecto en subjuegos.

c. Muestre que en este juego el que mueve primero siempre está mejor que en la solución de Cournot.

4. Colusión

Considere dos empresas que comparten un mercado durante infinitos períodos. En cada período deciden si coludirse C o no coludirse NC. La matriz de pagos de cada período es idéntica a la del dilema del prisionero de la pregunta 1. Si las empresas se coluden y alguna de ellas rompe el pacto de colusión, nunca más vuelven a coludirse, jugando el equilibrio de Nash hasta el infinito (esto se conoce como "estrategia gatillo"). Dados los costos de oportunidad de las empresas, \$1 hoy vale más que un \$1 mañana. En particular \$1 mañana vale \$$\delta$ hoy, con $\delta \in [0, 1]$. Notar que δ refleja el grado de "impaciencia" de las empresas. Cuando $\delta \approx 0$, las empresas son impacientes y valoran mucho más el dinero hoy que mañana. Por el contrario, cuando $\delta \approx 1$, las empresas son pacientes, estando prácticamente indiferentes entre recibir un determinado monto de dinero hoy o mañana. Determine la condición que debe cumplir δ para que la colusión sea sostenible.