

P1) Condiciones de cierre

a) Corto plazo

Recordemos que el problema que resuelve la firma en el C.P. es:

$$\boxed{\max_{q \geq 0} p \cdot q - \overline{CF} - CV(q)}$$

Para que la firma cierre, $\forall q > 0$, $\pi(q) < \pi(0)$.

$$\pi(q) < \pi(0) \Leftrightarrow p \cdot q - \cancel{\overline{CF}} - CV(q) < -\cancel{\overline{CF}}$$

$$\Leftrightarrow p \cdot q < CV(q)$$

$$\Leftrightarrow p < \frac{CV(q)}{q} = CVMe(q) //$$

b) Largo plazo

Esta vez el problema es

$$\boxed{\max_{q \geq 0} p \cdot q - CT(q)}$$

Para que la firma cierre, $\forall q > 0$, $\pi(q) < 0$

$$\pi(q) < 0 \Leftrightarrow p \cdot q - CT(q) < 0$$

$$\Leftrightarrow p \cdot q < CT(q)$$

$$\Leftrightarrow p < \frac{CT(q)}{q} = CTMe(q) //$$

- P2
- N firmas idénticas
 - $F(K, L) = \sqrt{K-1} + \sqrt{L-1}$, $L, K \geq 1$
 - $r=1$, w
 - Corto plazo $K=1$

a) Corto plazo La función de producción en el corto plazo es:

$$F_{cp}(L) = F(1, L) = \sqrt{1-1} + \sqrt{L-1} = \sqrt{L-1} //$$

- Demanda por trabajo: $q = \sqrt{L-1} \Rightarrow \boxed{L_{cp}(q) = q^2 + 1}$

- Función de costos totales:

$$\begin{aligned} CT_{cp}(q) &= r K_{cp} + w L_{cp}(q) \\ &= 1 \cdot 1 + w(q^2 + 1) \\ &= 1 + wq^2 + w // \end{aligned}$$

- $CME_{cp}(q) = \frac{CT_{cp}(q)}{q} = \frac{1 + wq^2 + w}{q}$ • $CVME = \frac{CV}{q} = \frac{wq^2}{q} = wq$

- $CMg_{cp}(q) = \frac{\partial CT_{cp}(q)}{\partial q} = \frac{\partial}{\partial q} (1 + wq^2 + w) = 2wq //$

Cada firma estará dispuesta a vender hasta que el costo marginal iguale al precio

$$P(q) = CMg(q) \Leftrightarrow P(q) = 2wq \Leftrightarrow \boxed{q_0 = \frac{P}{2w}} \text{ (oferta de c/firma)}$$

Dado que hay N firmas idénticas, la oferta agregada (total) será:

$$Q(P) = N q_0(P) \Rightarrow \boxed{Q_0(P) = \frac{NP}{2w}}$$

b) $w=5$, $N=20$, $Q_d(P) = 6 - 10P$

$$Q_0(P) = \frac{20 \cdot P}{2 \cdot 5} = 2P$$

Demand: 2 factores productivos

Equilibrio: $Q_0(P) = Q_d(P) \Leftrightarrow 2P = 6 - 10P \Leftrightarrow 12P = 6 \Leftrightarrow P^* = \frac{1}{2}$

$$Q^* = 2 \cdot P^* = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 //$$

$$q^* = \frac{Q^*}{N} = \frac{1}{20}$$

$$CVME = wq^* = 5 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{4} //$$

$CVME = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = P^*$. $\therefore$ Las firmas no deberían cerrar en el C.P.

P3 | $F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$

a) Retornos constantes a escala

$$F(\lambda K, \lambda L) = (\lambda K)^\alpha (\lambda L)^{1-\alpha} = \lambda^\alpha \lambda^{1-\alpha} (K^\alpha L^{1-\alpha}) = \lambda F(K, L) //$$

b) Isocuantas $q_2 > q_1 > \underline{0}$
 q_0

$$q_1 = F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow K^\alpha = \frac{q_1}{L^{1-\alpha}} \Rightarrow K = \frac{q_1^{1/\alpha}}{L^{(1-\alpha)/\alpha}} \quad (\text{Isocuanta}(q_1))$$

Notar que $\alpha \in [0, 1] \Rightarrow 1-\alpha \in [0, 1] \Rightarrow \frac{1-\alpha}{\alpha} \in [0, \infty)$. Esto implica que:

$$\bullet \lim_{L \rightarrow 0} K(L) \big|_{q=q_1} = \infty$$

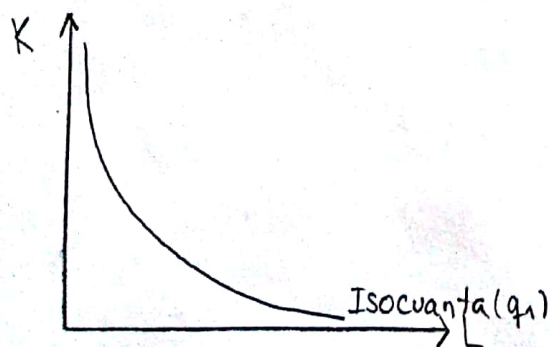
$$\bullet \lim_{L \rightarrow \infty} K(L) \big|_{q=q_1} = 0$$

$$\bullet \frac{\partial K(L)}{\partial L} \big|_{q=q_1} < 0.$$

En efecto: $\frac{\partial K(L)}{\partial L} \big|_{q=q_1} = \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{\bar{q}}{L^{(1-\alpha)/\alpha}} \right) = \bar{q} \cdot \left[-\frac{(1-\alpha)}{\alpha} \right] \frac{1}{L^{\frac{1-\alpha}{\alpha}+1}}$
 $= -\bar{q} \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{1}{L^{1/\alpha}} < 0.$

$$\bullet \frac{\partial^2 K(L)}{\partial L^2} = \frac{\partial}{\partial L} \left(-\bar{q} \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{1}{L^{1/\alpha}} \right) = -\bar{q} \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \left(-\frac{1}{\alpha} \right) \frac{1}{L^{1/\alpha+1}} = \frac{\bar{q}(1-\alpha)}{\alpha^2} \frac{1}{L^{(1+\alpha)/\alpha}} > 0.$$

Ahora sabemos que para $q_1 > 0$, la isocuanta es decreciente, convexa y tiene asíntotas tanto en el eje horizontal como vertical.



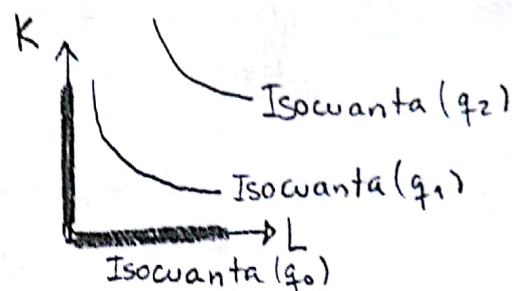
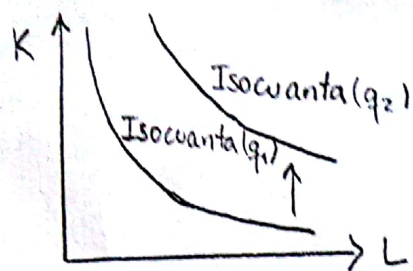
También sabemos que la TMST es decreciente en magnitud a medida que L aumenta.

$$TMST = -\frac{\partial K(L)}{\partial L} \big|_{q=q_1} = \bar{q} \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{1}{L^{1/\alpha}}$$

Cuando hay mucho K se pueden sustituir muchas unidades de K por una de L y viceversa, manteniendo q cte.

Para q genérico, su isocuanta está dada por $K(q) = \frac{q^{1/\alpha}}{L^{(1-\alpha)/\alpha}}$

Al aumentar la cantidad desde q_1 a q_2 , la isocuanta se desplazará hacia arriba.



¿Qué pasa cuando $q=0$?

$$K^\alpha L^{1-\alpha} = q_0 = 0 \Rightarrow K=0 \vee L=0.$$

Con ayuda del gráfico, es fácil ver que

$$TMST = \begin{cases} \infty, & L=0 \text{ (en estricto rigor no existe)} \\ 0, & L>0. \end{cases}$$

c) Isocostos $r, w > 0$. para $CT_2 > CT_1 > CT_0 = 0$

$$CT(K, L) = rK + wL$$

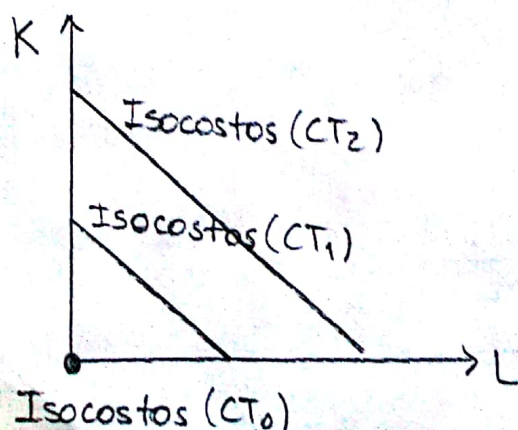
$$\overline{CT} = rK + wL \Rightarrow rK = \overline{CT} - wL \Rightarrow K = \frac{\overline{CT}}{r} - \frac{w}{r}L$$

Isocostos $(CT_0) = \{(0,0)\}$

• Notar que si $r, w > 0$, necesariamente $K=L=0$ para $CT_0 = 0$.

Si se demanda un poco de cualquier factor productivo los costos totales serán mayores a cero.

• Al aumentar los costos totales de CT_1 a CT_2 solo aumenta el intercepto del isocostos.



d) Demanda de factores productivos

$$\min_{K, L} rK + wL$$

$$\text{s.t. } K^{1/2} L^{1/2} = \bar{q} \quad (*)$$

$$\mathcal{L} = rK + wL - \lambda (K^{1/2} L^{1/2} - \bar{q})$$

$$\mathcal{L}_K = r - \lambda \cdot \frac{1}{2} \cdot K^{-1/2} L^{1/2} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow r = \lambda \cdot \frac{1}{2} K^{-1/2} L^{1/2} \quad (\text{CPO 1})$$

$$\mathcal{L}_L = w - \lambda \cdot \frac{1}{2} \cdot K^{1/2} L^{-1/2} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow w = \lambda \cdot \frac{1}{2} K^{1/2} L^{-1/2} \quad (\text{CPO 2})$$

$$\frac{(\text{CPO 1})}{(\text{CPO 2})}: \boxed{\frac{r}{w} = \frac{\frac{1}{2} K^{-1/2} L^{1/2}}{\frac{1}{2} K^{1/2} L^{-1/2}} = \frac{F_K}{F_L}}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{w} = \frac{L}{K} \Rightarrow \boxed{L = \frac{r}{w} K} \quad (*)$$

Reemplazando en $(*)$...

$$K^{1/2} \left(\frac{r}{w} K \right)^{1/2} = \bar{q} \Leftrightarrow K \cdot \left(\frac{r}{w} \right)^{1/2} = \bar{q} \Leftrightarrow \boxed{K^*(\bar{q}) = \left(\frac{w}{r} \right)^{1/2} \bar{q}}$$

Reemplazando en $(*)$...

$$L = \frac{r}{w} \left(\frac{w}{r} \right)^{1/2} \bar{q} \Rightarrow \boxed{L^*(\bar{q}) = \left(\frac{r}{w} \right)^{1/2} \bar{q}}$$

e) Maximización de utilidades $(\max_q \pi(q))$

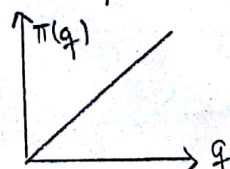
$$\pi(q) = p \cdot F(q) - CT(q)$$

$$= p \cdot F(K(q), L(q)) - rK(q) - wL(q)$$

$$= p K(q)^{1/2} L(q)^{1/2} - rK(q) - wL(q)$$

$$= p \underbrace{\left[\left(\frac{w}{r} \right)^{1/2} q \right]^{1/2}}_q \underbrace{\left[\left(\frac{r}{w} \right)^{1/2} q \right]^{1/2}}_q - \underbrace{r \left(\frac{w}{r} \right)^{1/2} q}_{(wr)^{1/2} q} - \underbrace{w \left(\frac{r}{w} \right)^{1/2} q}_{(wr)^{1/2} q}$$

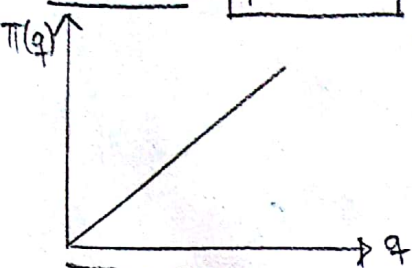
$$= pq - 2(wr)^{1/2} q = [p - 2(wr)^{1/2}] q$$



→ Función lineal.
La derivada nunca es cero o siempre lo es... (de cero)

$$p - 2\sqrt{wr} \geq 0 \Leftrightarrow p \geq 2\sqrt{wr}$$

Caso 1: $p > 2\sqrt{wr}$



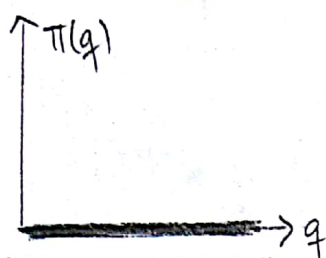
$$q^* = \infty$$

$$\pi(q^*) = \infty$$

$$K^*(q^*) = \infty$$

$$L^*(q^*) = \infty$$

Caso 2: $p = 2\sqrt{wr}$



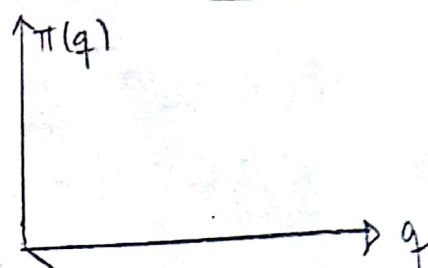
$$q^* \in [0, \infty)$$

$$\pi(q^*) = 0$$

$$K^*(q^*) = \left(\frac{w}{r}\right)^{1/2} q^*$$

$$L^*(q^*) = \left(\frac{r}{w}\right)^{1/2} q^*$$

Caso 3: $p < 2\sqrt{wr}$



$$q^* = 0$$

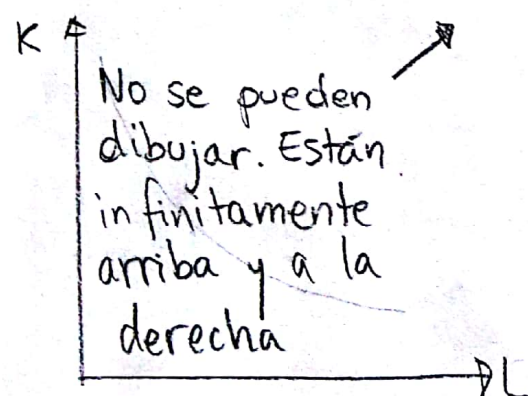
$$\pi(q^*) = 0$$

$$K^*(q^*) = 0$$

$$L^*(q^*) = 0$$

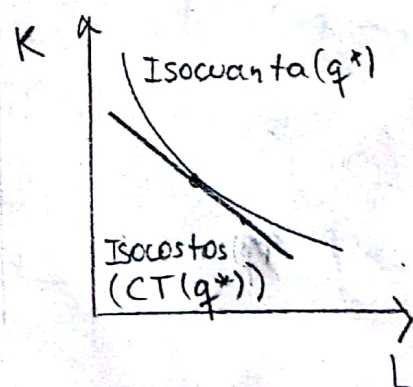
f) Isocuantas e isocostos que definen el óptimo.

Caso 1: $p > 2\sqrt{wr}$



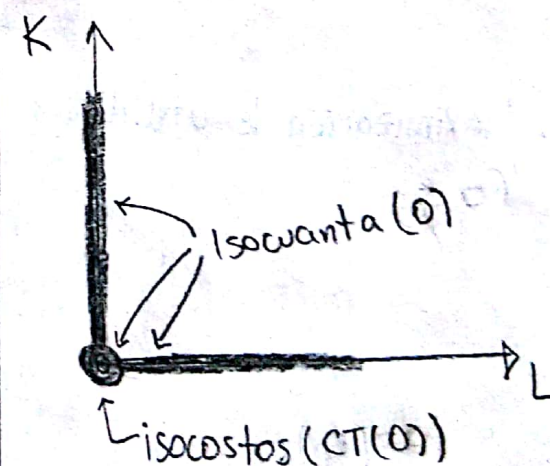
Caso 2: $p = 2\sqrt{wr}$

Como hay infinitos q óptimos hay infinitas isocuantas e isocostos que los definen. Dibujaremos una combinación arbitraria



Caso 3: $p < 2\sqrt{wr}$

(Ver partes (b) y (c))

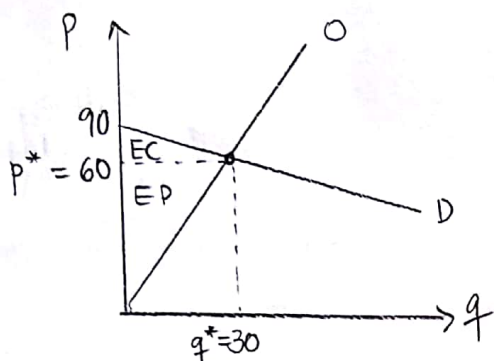


P4) $p(q) = 2q$ (of)
 $q(p) = 90 - p$ (dda)

a) Eq. mercado

$$2q = 90 - q \Leftrightarrow 3q = 90 \Leftrightarrow \boxed{q^* = 30}$$

$$\Rightarrow p^* = 2 \cdot q^* = 2 \cdot 30 \Rightarrow \boxed{p^* = 60}$$

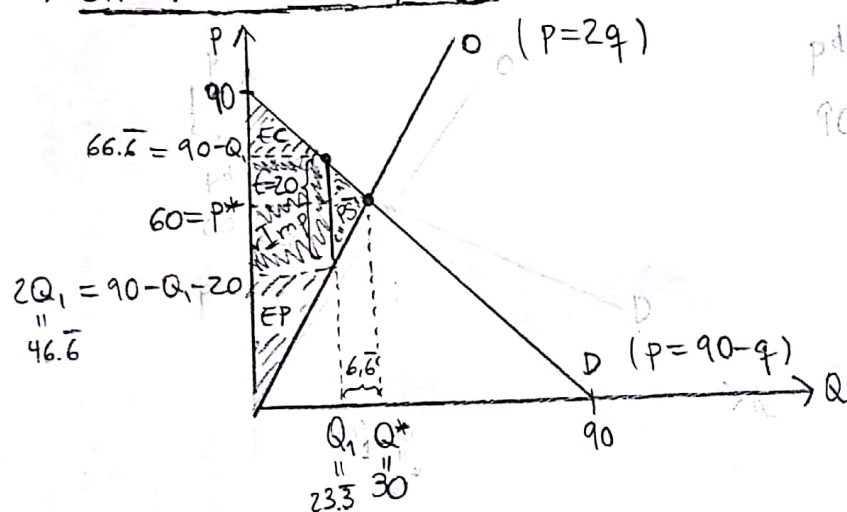


b) Excedentes sin impuestos

$$EC = \frac{1}{2} (90 - 60) \cdot (30 - 0) = \frac{1}{2} \cdot 30^2 = \frac{900}{2} = 450 //$$

$$EP = \frac{1}{2} (60 - 0) (30 - 0) = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 30 = 30^2 = 900 //$$

c) Excedentes con impuestos



$$p^d(Q_1) = 90 - Q_1 = 90 - 20 = 70$$

$$90 - Q_1 = 2Q_1 + 20$$

$$\boxed{Q_1 = \frac{70}{3} = 23,3}$$

(Cantidad transada con impuestos)

$$p^d(Q_1) = 90 - Q_1 = 90 - 23,3 = 66,6 \Rightarrow \boxed{p^d(Q_1) = 66,6} \text{ (precio que perciben los consum. con imp.)}$$

$$p^o(Q_1) = 2Q_1 = 2 \cdot 23,3 = 46,6 \Rightarrow \boxed{p^o(Q_1) = 46,6} \text{ (precio que perciben los product. con imp.)}$$

$$\bullet EC = \frac{1}{2} (90 - 66,6) \cdot (23,3 - 0) = 271,45 //$$

$$\bullet EP = \frac{1}{2} (46,6 - 0) (23,3 - 0) = 542,89 //$$

$$\bullet \text{Impuestos recaudados} = 20 \cdot 23,3 = 466,6 //$$

$$\bullet PS = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 6,6 \approx 67 //$$