Auxiliar 4 - Efecto Zeeman y Estructura Fina

Profesor: Fernando Lund
Auxiliar: Nicolás Valdés

P1. Comente por qué el efecto Zeeman para nosotros es más "rico" que el efecto Stark.

P2. Cuando un átomo se coloca en presencia de un campo magnético externo los niveles de energía se desplazan. Este fenómeno se conoce como efecto Zeeman. La perturbación es

$$H_Z = -(\vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s)\cdot\vec{B}_{ext} = \frac{e}{2m}(\vec{L} + 2\vec{S})\cdot\vec{B}_{ext} \tag{1}$$

El efecto Zeeman puede ser grande o pequeño en comparación a las perturbaciones responsables de la estructura fina. Considerando los valores $e = 1.6\times10^{-19}C$, $\hbar = 1.05\times10^{-34}Js$, $\epsilon_0 = 8.9\times10^{-12}C^2/Nm^2$, $m = 9.1\times10^{-31}kg$, $a = 0.53\times10^{-10}m$,

(a) Estime el campo magnético interno del átomo de hidrógeno en el acoplamiento spin-órbita,

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e}{mc^2r^3}\vec{L}, \tag{2}$$

y caracterice cuantitativamente un campo de Zeeman "débil" y "fuerte". ¿Es fácil preparar un campo de Zeeman fuerte? El campo magnético terrestre es $\sim 5\times10^{-5}T$.

Ahora consideramos un campo de Zeeman débil.

(b) ¿Cuáles son los buenos números cuánticos en este caso?

(c) Calcule explícitamente la corrección a la energía de los estados $n = 1$ y $n = 2$. Haga un diagrama representando la división de los niveles de energía debido primero a la estructura fina y luego al efecto Zeeman. La corrección debido a la estructura fina es

$$E_{fs} = \frac{E_n^2}{2mc^2}\left(3 - \frac{4n}{j+1/2}\right) \tag{3}$$

P3. Suponga que el Hamiltoniano H de un sistema es función de algún parámetro λ. Sean $E_n(\lambda)$ y $\psi_n(\lambda)$ los autovalores y autoestados de $H(\lambda)$. Asumiendo que los E_n no son degenerados, o que si lo son, los ψ_n son la "buena" combinación de las autofunciones degeneradas, demuestre el teorema de Feynman-Hellman:

$$\frac{\partial E_n}{\partial\lambda} = \left\langle\psi_n\left|\frac{\partial H}{\partial\lambda}\right|\psi_n\right\rangle \tag{4}$$

P4. Calcule $\langle 1/r\rangle$ y $\langle 1/r^2\rangle$ para el hidrógeno. Recuerde que

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}, \quad E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2(j_{max}+l+1)^2} \tag{5}$$