Universidad de Chile
Departamento de Física
FI7002 - Mecánica Cuántica II

Auxiliar 9 - Estados Coherentes, Campos Cuánticos

Profesor: Fernando Lund
Auxiliar: Nicolás Valdés

P1. Considere un estado φ_α que es un autoestado del operador de destrucción en el oscilador armónico, $\hat{a}\varphi_\alpha = \alpha\varphi_\alpha$.

(a) Muestre que

$$\hat{a}\left(\hat{a}^\dagger\right)^n \phi_0 = n\left(\hat{a}^\dagger\right)^{n-1} \phi_0, \tag{1}$$

donde ϕ_0 es el estado fundamental del oscilador armónico.

(b) Muestre que un estado coherente puede ser escrito en la forma

$$\varphi_\alpha = Ce^{\alpha\hat{a}^\dagger}\phi_0, \tag{2}$$

donde C es una constante de normalización. Encuentre C.

(c) Calcule la probabilidad de medir φ_α en el n-ésimo autoestado ϕ_n del Hamiltoniano.

(d) Calcule $\langle \hat{N} \rangle$ en el estado coherente φ_α. ¿Cómo depende el resultado en α?

(e) ¿Cuáles de los autoestados del Hamiltoniano del oscilador armónico son estados coherentes? ¿A qué valor de α corresponden?

(f) Calcule Δx y Δp en el estado coherente φ_α y verifique que este estado es de incerteza mínima.

P2. Sea ϕ un campo escalar cuántico libre que satisface la ecuación de Klein-Gordon $(\Box + m^2)\phi = 0$. En analogía a lo visto en clases, entonces, podemos expandir el campo en Fourier con operadores de creación y destrucción:

$$\phi(\vec{x}, t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \left(e^{-ik_\mu x^\mu} \hat{a}_k + e^{ik_\mu x^\mu} \hat{a}_k^\dagger \right), \tag{3}$$

donde $k^\mu = (\omega_k, \vec{k})$, y $\omega_k = \sqrt{m^2 + |\vec{k}|^2}$.

Encuentre una expresión integral para el propagador de Feynman $D_F(x_1, x_2) \equiv \langle 0|T\{\phi(x_1)\phi(x_2)\}|0\rangle$, donde T indica ordenamiento temporal.