

Auxiliar 7 - Perturbaciones(t) y Fase de Berry

Profesor: Fernando Lund

Auxiliar: Nicolás Valdés

P1. Considere un sistema de dos niveles con Hamiltoniano

$$H(t) = \begin{pmatrix} +E & v(t) \\ v(t) & -E \end{pmatrix}, \quad (1)$$

donde $v(t)$ es real y tiende a cero cuando $t \rightarrow \pm\infty$.

- Suponga que en $t = -\infty$ el sistema está en el estado $|1\rangle$. Use teoría de perturbaciones a orden más bajo en v para determinar la probabilidad que a tiempo $t = +\infty$ el sistema esté en el estado $|2\rangle$.
- Si $E = 0$, los autoestados de $H(t)$ no dependen de t . Asumiendo este caso calcule la probabilidad de transición $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ exactamente. ¿Cuál es el resultado obtenido con teoría de perturbaciones dependientes del tiempo en este caso? ¿Cuál es la condición para que el resultado perturbativo sea una buena aproximación del resultado exacto?

P2. Un átomo de hidrógeno es colocado en presencia de un campo eléctrico $\vec{E}(t)$ que es nulo para $t < 0$, y $\vec{E}_0 e^{-\gamma t}$ para $t > 0$. ¿Cuál es la probabilidad de que en $t \rightarrow +\infty$, el átomo de hidrógeno, inicialmente en el estado fundamental, haga una transición a un estado $2p$? Comente.

P3. Un haz de átomos de hidrógeno en su estado fundamental, que viajan a velocidad v ingresa al interior de un condensador de placas planas de longitud L , en cuyo interior hay un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$. Encuentre la probabilidad que, a la salida, los electrones estén en el primer estado excitado. Optimice v y L de modo que esta probabilidad sea máxima.

Los primeros autoestados del hidrógeno son, con (r, θ, φ) las coordenadas polares usuales, y a_0 el radio de Bohr:

$$\begin{aligned} \phi_{100} &= \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0} \\ \phi_{200} &= \frac{1}{8\sqrt{\pi a_0^3}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/2a_0} \\ \phi_{211} &= -\frac{1}{8\sqrt{\pi a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \sin \theta e^{i\varphi} \\ \phi_{210} &= \frac{1}{4\sqrt{2\pi a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \cos \theta \\ \phi_{21-1} &= \frac{1}{8\sqrt{\pi a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \sin \theta e^{-i\varphi} \end{aligned}$$

La fórmula siguiente puede ser útil:

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$$

- P4.**
- Calcule el cambio de la fase geométrica cuando el pozo de potencial infinito se expande adiabáticamente de un ancho L_1 a un ancho L_2 . Comente.
 - Si la expansión ocurre a una tasa constante, ¿cuál es el cambio de la fase dinámica?
 - Si el pozo ahora vuelve a su tamaño original, ¿cuál es la fase de Berry para el ciclo?