

Auxiliar 3 - WKB

Profesor: Fernando Lund

Auxiliar: Nicolás Valdés

P1. Hay una partícula de masa m en un potencial $V(x) = \lambda^2|x|$.

- (a) Use análisis dimensional para determinar la dependencia de los autovalores de energía en los parámetros del sistema.
- (b) Muestre la validez de la siguiente solución aproximada a la ecuación de Schrödinger:

$$\psi(x) = \begin{cases} C\kappa^{-1/2} \exp[\int_x^a dx\kappa(x)], & x \gg a \\ Dk^{1/2} \cos[\int_x^a dxk(x) - \pi/4], & x \ll a \end{cases} \quad (1)$$

donde $k^2(x) = 2m[E - V(x)]/\hbar^2$, $\kappa^2(x) = 2m[V(x) - E]/\hbar^2$, y a es el punto definido por $E = V(a)$. ¿A qué distancia $L \gg a$ del punto a es válida esta solución?

- (c) Determine las autoenergías del sistema.

P2. Determine la probabilidad de atravesar una barrera de potencial para el caso de una barrera alta, $V_0 > E$ y de ancho $2a$. Compare su resultado con el exacto,

$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} \sinh^2 \gamma}. \quad (2)$$

¿Cuándo es válido el método WKB? Muestre que en ese caso los dos resultados son compatibles.

P3. Deduzca las fórmulas de conexión cuando la pendiente es negativa en el punto $E = V$.

P4. Determine las energías permitidas usando WKB (ver figura) para un potencial de la forma $V(x) = \alpha|x|^\nu$.

WKB approximation

Figura 1: Aproximación WKB