

FI4004-1 Electrodinámica

Profesor: Simón Casassus.

Auxiliar: Matías Araya Satriani.



Tarea 3

Fecha de entrega: 27 de Diciembre

- Una onda electromagnética plana polarizada $\vec{E} = \vec{E}_i e^{i\vec{k}\vec{x} - i\omega t}$ incide normalmente en una lámina de un conductor excelente ($\sigma \gg \omega\epsilon_0$) con un espesor D . Asumiendo que en el espacio y en la lámina conductor $\mu/\mu_0 = \epsilon/\epsilon_0 = 1$, discuta la reflexión (r) y transmisión (t) de la onda incidente (i).

- Muestre que las amplitudes de las ondas transmitidas y reflejadas, aproximadas al primer orden de $(\epsilon_0\omega/\sigma)^{1/2}$, son:

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{-(1 - e^{-2\lambda})}{(1 - e^{-2\lambda}) + \gamma(1 + e^{-2\lambda})}$$

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2\gamma e^{-\lambda}}{(1 - e^{-2\lambda}) + \gamma(1 + e^{-2\lambda})}$$

donde:

$$\gamma = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\omega}{\sigma}}(1 - i) = \frac{\omega\delta}{c}(1 - i)$$

$$\lambda = (1 - i)D/\delta$$

y $\delta = \sqrt{2/w\mu\sigma}$ es la longitud de penetración.

- Verifique que para espesor 0 y espesor ∞ se obtienen los resultados límite esperados.
- Muestre que, exceptuando láminas de grosor muy pequeño, el coeficiente de transmisión es:

$$T = \frac{8(\Re\gamma)^2 e^{-2D/\delta}}{1 - 2e^{-2D/\delta} \cos 2D/\delta + e^{-4D/\delta}}$$

- Una onda plana con frecuencia ω incide normalmente desde el vacío en un bloque semi-infinito de un material con índice de refracción complejo $n(\omega)[n^2(\omega) = \epsilon(\omega)/\epsilon_0]$

- Muestre que la razón entre la potencia reflejada y la incidente es:

$$R = \left| \frac{1 - n(\omega)}{1 + n(\omega)} \right|^2$$

mientras que la razón entre la potencia transmitida al medio y la incidente es:

$$T = \frac{4\Re n(\omega)}{|1 + n(\omega)|^2}$$

- b Evalúe $\Re[iw(\vec{E} \cdot \vec{D}^* - \vec{B} \cdot \vec{H}^*)/2]$ como una función de (x, y, z) . Muestre que esta razón de cambio por unidad de volumen acuenta la potencia relativa transmitida T .
- c Para un conductor, con $n^2 = 1 + i(\sigma/w\epsilon_0)$, con σ real, escriba los resultados de las partes a y b en el límite ($\sigma \gg w\epsilon_0$). Expresé su respuesta en términos de δ . Calcule $\frac{1}{2}\Re(\vec{J}^* \cdot \vec{E})$ y compare con los resultados de la parte b. ¿Ambos entran en la forma compleja del teorema de Poynting?
3. Una torre de radio tiene altura h . En la parte más alta se ubica una antena de dipolo magnético, de radio b cuyo eje está alineado con la vertical. Una estación de radio FM transmite usando esta antena a una frecuencia w , con una potencia total radiada P (promediada temporalmente en un ciclo). Los vecinos a la estación se han quejado de diversos problemas que atribuyen a que la excesiva radiación de la torre interfiere con sus dispositivos electrónicos, además de la supuesta aparición de algunos misteriosos problemas de salud. El ingeniero a cargo midió el nivel de radiación electromagnética en la base de la torre y encontró que estaba dentro de los estándares permitidos. Mediante un milagro, usted (un físico que trabaja de uber) ha logrado encontrar trabajo, siendo convocado por la asociación de vecinos para verificar el reporte del ingeniero.
- a En términos de las variables nombradas (no todas tienen que ser relevantes), encuentre la formula para la radiación al nivel del piso, a una distancia R medida desde la base de la torre. Puede asumir que $a \ll c/w \ll h$. (Note que estamos interesados en el módulo de la radiación, no su dirección, puesto que al momento de medirla con un instrumento, este se orientará directamente hacia la antena.)
- b ¿Que tan lejos de la base debió haber medido la radiación el ingeniero? ¿Cual es la expresión para la intensidad en este lugar?
- c La potencia de salida de la emisora es de 35 kW , la frecuencia es de 90 MHz, el radio de la antena es de 6 cm, y la altura de la torres es de 200 m. El límite de intensidad para las emisoras reglamentado en la ciudad es de 200 $\mu W/cm^2$. ¿Está la emisora en cuestión cumpliendo la normativa vigente?

Hint: Puede ocupar la expresión para la radiación del dipolo magnético que se encuentra en el capítulo 9 del Jackson.