Auxiliar # 7

Electromagnetismo Relativista.

Auxiliar: Cristóbal Zenteno

06/11/2018

Problema 1: [Invarianzas y Teoremas.]

Mostrar que:

a) El producto $\vec{E} \cdot \vec{B}$ es invariante frente a transformaciones de Lorentz.

b) $(E^2 - B^2)$ También es invariante de Lorentz. ¿Qué significa esta cantidad?

c) Mostrar que la ley de Gauss se cumple para el campo de una carga en movimiento uniforme. *Indicación:* El campo eléctrco generado por una partícula en movimiento tiene la forma:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(1-\beta^2)}{(1-\beta^2 sin^2(\theta))^{3/2}} \frac{\hat{r}}{r^2} \tag{1}$$

Problema 2: [Campo de un condensador plano.]

En el sistema de laboratorio S, un condensador plano está formado por dos superficies conductoras cuadradas (de área $A = L^2$) a una distancia $h << L$ entre ellas. Si cada uno de los cuadrados tiene distribuidas uniformemente cargas $(\pm Q)$ en su superficie con densidades de carga $\pm\sigma = \pm Q/A$ respectivamente.

Evaluar, en el sistema de referencia S', que se mueve con una velocidad v respecto a S paralelo al condensador:

a) Los campos eléctrico y megnético en la región entre las placas.

b) Las fuentes de los campos.

c) La fuerza por unidad de supefice y la fuerza total en cada placa, comparar este resoltado con lo que ocurre en el sistema S.

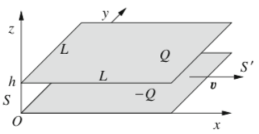

Figura 1: Problema 2

Problema 3: [Campo de un alambre relativista.]

Consideremos un alambre recto infinito, cargado con una densidad lineal λ uniforme. En el sistema del alambre en reposo, no hay movimiento de cargas (I = 0).

a) Calcule los campos eléctrico y magnético en el sistema del alambre en reposo (S),y a partir de ellos calcule los campos en el sistema (S') en el que se percibe que el alambre se mueve con rapidez v, paralelo a si mismo.

b) A partir de $\vec{E}'$ y $\vec{B}'$, determine la densidad de carga lineal λ' , y la corriente I' que se percibe en el sistema S'.

c) Si trabajamos con la 4-corriente definida como $j^\mu = (\rho, \vec{j})$ con ρ la densidad de carga, y $\vec{j}$ la densidad de corriente. Para este caso unidimensional, siendo a el área transversal del alambre, podemos definir un 4-vector más apropiado dimensionalmente, $aj^\mu = (\lambda, \vec{I})$. Transformar las componentes del cuadrivector, del sistema S al sistema S' para recuperar el resultado de la parte b.

Problema 4: [Scattering de Compton inverso.]

Si tenemos una onda electromagnética que se propaga en la direccion $\hat{k}$, la cual interactúa con un electrón que se propaga con velocidad $\vec{v} = -\hat{k}v$. Esta situación es un caso especial de un proceso llamado scattering de Compton inverso, que permite a las partículas relativistas radiar a muy altas energías, cuando ocurre el proceso de esta forma se puede entender como la extensión relativista del Scattering de Thomson que nos dice la potencia radiada por una partícula en movimiento:

$$P = \frac{2}{3} q^2 \dot{\beta}^2 \tag{2}$$

a) Encontrar la radiación debido al Scattering de Compton inverso, esto es la potencia media emitida por el electrón.

b) ¿En qué dirección saldrá principalmente emitida la radiación del electrón?