Auxiliar 5

P1. Potencial de Yukawa: Considere una partícula que siente un potencial de Yukawa:

$$U(r) = \frac{k}{r} e^{-\frac{r}{a}}$$

- **a)** A partir del Lagrangiano del sistema encuentre la ecuación de movimiento.
- **b)** Determine una condición analítica para que existan órbitas cerradas.
- **c)** Encuentre una expresión que permita encontrar el radio de la órbita circular.
- **d)** Calcule la frecuencia de pequeñas oscilaciones de la órbita en torno al radio de la órbita circular.

P2. Teorema de Bertrand: Una particula de masa m se mueve a través de un potencial central del tipo $U = kr^n$, donde $kn > 0$.

- **a)** Analice que implicancia tiene la condición $kn > 0$. Grafique el potencial efectivo para los casos $n = -3, -1, 2$.
- **b)** Encuentre el radio para el cual la partícula mantiene un radio fijo. ¿Para qué valores de n es esta órbita estable? ¿Sus gráficos de la parte **(a)** hacen sentido?
- **c)** Para los casos con una órbita estable. Determine la frecuencia de pequeñas oscilaciones radiales y encuentre una expresión para $\omega_{\text{osc}}/\omega_{\text{orb}}$. ¿Qué condición se debe cumplir para que las órbitas sean cerradas?

P3. Un canal con un fluido Newtoniano vibrado verticalmente exhibe formación de patrones y solitones hidrodinámicos no propagativos. Estos comportamientos son descritos por la ecuación de Schrodinger no lineal forzada paramétricamente

$$\partial_t \psi = -(\mu + i\nu)\psi - i|\psi|^2\psi - i\partial_{xx}\psi + \gamma\bar{\psi}$$

Encuentre el lagrangiano que describe este sistema y muestre que extremando este uno deduce la ecuación anterior.