

Auxiliar 2

Cantidades conservadas

P1. Partícula en un potencial:

Una partícula de masa m esta sujeta a un potencial de la forma $U = V(x - 2y)$.

- Deduzca el Lagrangiano del sistema. Encuentre transformaciones espaciales (en x y en y) tal que mantengan invariante el Lagrangiano.
- Pruebe que $\dot{x} + \frac{y}{2}$ es una constante de movimiento.

P2. Partícula en campo electromagnético:

Considere una partícula de masa m que se encuentra bajo un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = E_0 \hat{x}$ y un campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0 \hat{z}$, siendo producidos por un potencial eléctrico $\Phi = -E_0 x$ y un potencial vector $\vec{A} = \frac{B_0}{2}(-y\hat{x} + x\hat{y})$.

- Escriba el lagrangiano del sistema y comente, basándose en la forma del lagrangiano, cuáles son las constantes de movimiento asociadas.
- Considere una transformación infinitesimal en x , ¿cuál es la constante de movimiento en este caso?. Haga lo mismo para una transformación en y .
- Analice la trayectoria de la partícula en el caso en que $E_0 = 0$.
- ¿En qué se diferencia el caso anterior con el caso en que $E_0 \neq 0$?

P3. Péndulo con forzamiento externo:

- Escriba el lagrangiano para el péndulo sin disipación y forzado periódicamente. Encuentre la ecuación de movimiento usando Euler-Lagrange.
- Encuentre la energía de este sistema. ¿Corresponde a una cantidad conservada?



Figura 1: Emmy Noether (1882-1935). El teorema lo demostró en 1915 y lo publicaron 3 años después.