

Clase Auxiliar 1: Ejercicio 2

Circuitos en Corriente Alterna y Diodos

24 de noviembre de 2018

P1. Circuitos en AC y función de transferencia

Considere el filtro mostrado en la figura 1, en donde el voltaje de entrada corresponde a una fuente de voltaje alterno de tipo sinusoidal con frecuencia angular ω .

- Determine la expresión V_s/V_e en términos de R , L , r y ω .
- Bosqueje $\left| \frac{V_s}{V_e} \right|$ en función de la frecuencia angular ω e indique a qué tipo de filtro corresponde.
- Considere los valores de $r = 15 \Omega$, $R = 10 \Omega$ y $L = 250 \text{ mH}$, obtenga la frecuencia angular ω para la cual se cumple $\left| \frac{V_s}{V_e} \right| = 0,8$.
- Considere los mismos valores para las resistencias del inciso anterior y que la frecuencia de entrada es $f = 60 \text{ Hz}$. Calcule el valor de L para que V_s tenga un desfase de 3 grados con respecto al voltaje de entrada V_e .
- Si se sustituye el inductor por un condensador, manteniendo las resistencias. ¿Cuál será el comportamiento del nuevo circuito en función de la frecuencia de entrada?

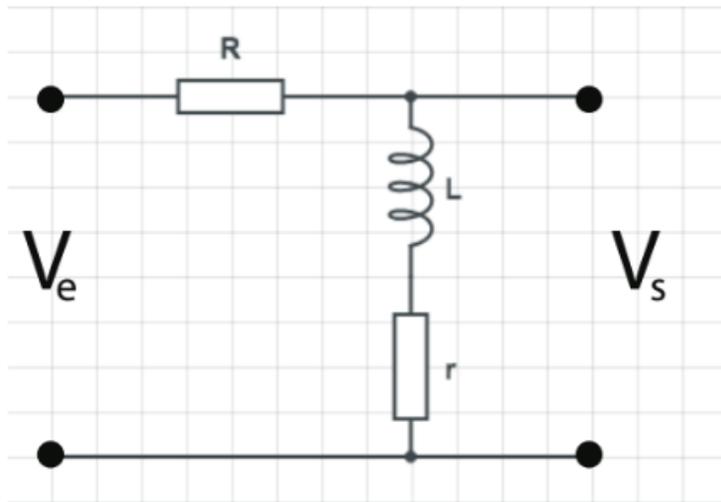


Figura 1: Circuito de la pregunta 1

P2. Diodos

En la Figura 2 se muestra un circuito compuesto de diodos, resistencias y una fuente V_i .

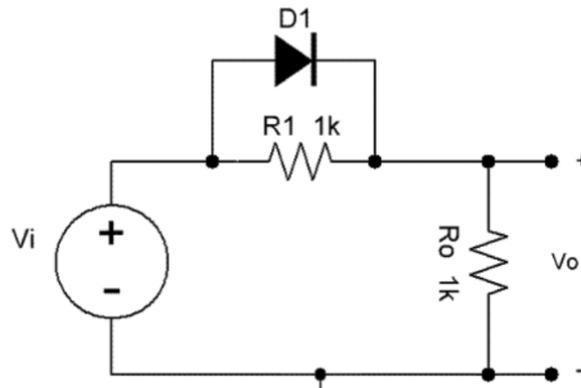


Figura 2: Circuito de la Pregunta 2.

Se le pide estudiar a cabalidad el circuito de la figura, para ello:

1. Considerando a un diodo ideal
 - a) Establezca las condiciones para que el diodo conduzca.
 - b) Determine la característica V_o en función de V_i .
 - c) Suponiendo una entrada sinusoidal de $V_i = 4[V_{pp}]$, grafique V_o en función del tiempo.
2. Realice lo mismo que en 1.-, suponiendo que ahora el diodo no es ideal sino que es uno de silicio con $V_{forward} = 0,7[V]$.

a)

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_{L+r}}{Z_{R+L+r}} = \frac{i\omega L + r}{R + i\omega L + r} = \frac{1}{\frac{R}{i\omega L + r} + 1}$$

b)

$$\left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \sqrt{\frac{\omega^2 L^2 + r^2}{(R+r)^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \sqrt{\frac{r^2}{(R+r)^2}} = \frac{r}{R+r} < 1$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1 + \frac{r^2}{\omega^2 L^2}}{\frac{(R+r)^2}{\omega^2 L^2} + 1}} = 1$$

Por lo tanto, es un filtro pasa altos.

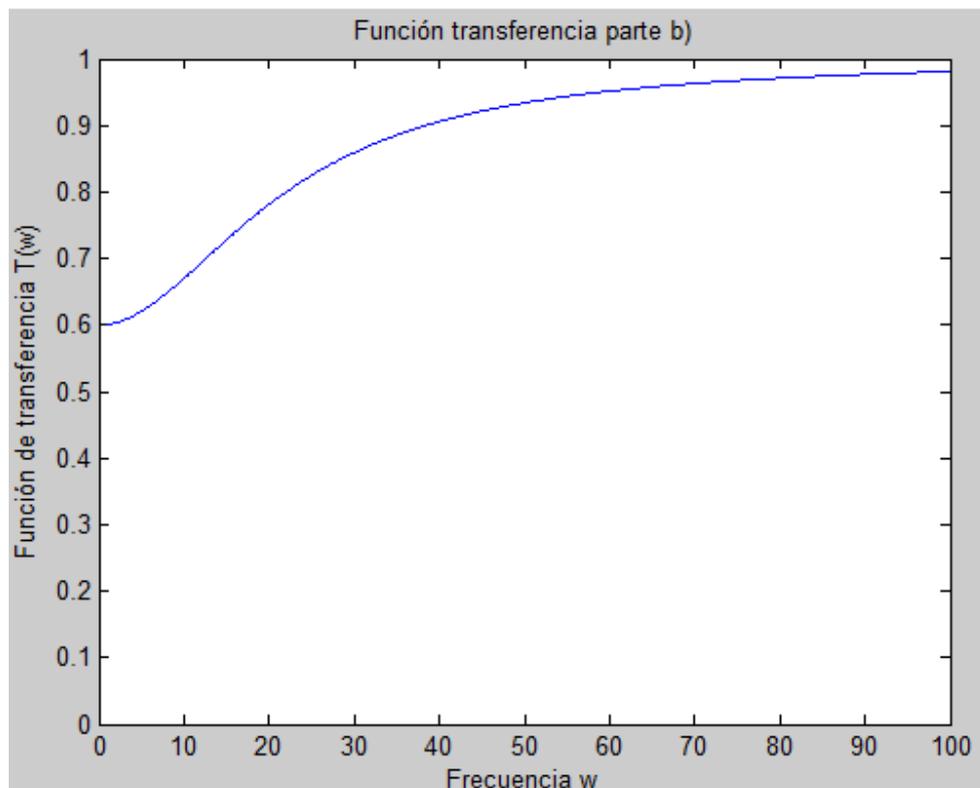


Imagen 1: función de transferencia del circuito b)

c)

$$\left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \sqrt{\frac{w^2 L^2 + r^2}{(R+r)^2 + w^2 L^2}} = 0,8$$
$$\Rightarrow \frac{w^2 L^2 + r^2}{(R+r)^2 + w^2 L^2} = 0,64$$

Reemplazando los valores dados:

$$\frac{15^2 + w^2(0,25)^2}{25^2 + w^2(0,25)^2} = 0,64$$
$$\Rightarrow 225 + 0,625w^2 = 400 + 0,04w^2$$
$$\Rightarrow w^2 = 7777,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$
$$\Rightarrow w = 88,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

d)

$$\phi = \arctan\left(\frac{\text{Im}(Z_{eq})}{\text{Re}(Z_{eq})}\right)$$
$$Z_{eq} = R + iwL + r$$
$$w = 2\pi f = 377 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Luego

$$\tan(\phi) = \frac{wL}{R+r}$$
$$\tan(3) = \frac{377 * L}{15 + 10}$$
$$\Rightarrow L = 3,47\text{mH}$$

e) De la parte b) tenemos que

$$\left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \sqrt{\frac{1 + \frac{r^2}{w^2 L^2}}{\frac{(R+r)^2}{w^2 L^2} + 1}}$$

Reemplazar el inductor por el condensador, equivale a cambiar wL por $1/wC$:

$$\left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \sqrt{\frac{1 + r^2 w^2 C^2}{(R+r)^2 w^2 C^2 + 1}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{r^2 w^2 C^2} + 1}{\frac{(R+r)^2}{r^2} + \frac{1}{r^2 w^2 C^2}}}$$

$$\lim_{w \rightarrow \infty} \left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \frac{r}{R+r} < 1$$

$$\lim_{w \rightarrow 0} \left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \lim_{w \rightarrow 0} \sqrt{\frac{1 + r^2 w^2 C^2}{(R+r)^2 w^2 C^2 + 1}} = 1$$

Por lo que corresponde a un filtro pasa bajos.

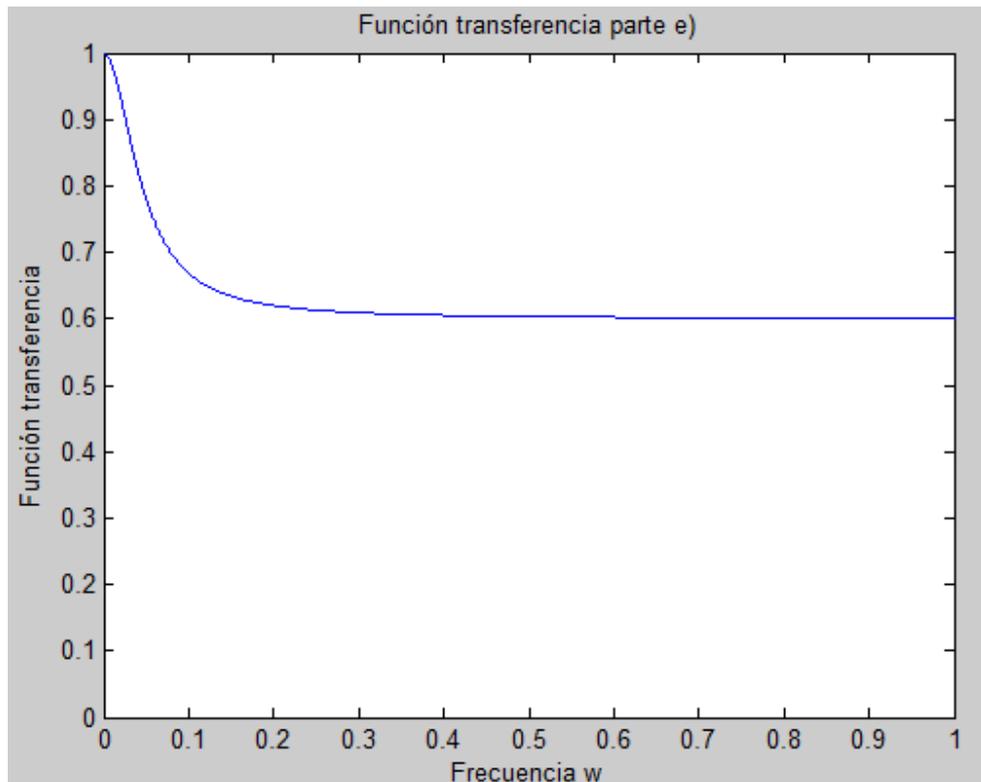


Imagen 2: función transferencia del circuito e)

P3. Circuito con semiconductores

En general, para saber si es que un diodo conduce o no, se debe uno fijar en la caída de voltaje que ocurre en él, y el sentido de la corriente que circula a través de él.

1. Caso ideal:

- a) Un diodo ideal conduce (se encuentra ON) cuando la corriente que circula por él lo recorre en sentido positivo, y la caída de voltaje que produce es nula. Esto ya que el modelo de un diodo ideal conduciendo es un corto-circuito. En cambio, un diodo no conduce (se encuentra OFF) cuando la caída de voltaje es negativa, y la corriente es nula. Esto ya que el modelo de un diodo ideal no conduciendo es un circuito abierto. En resumen, si V_D e I_D son el voltaje y la corriente por el diodo:

$$\begin{aligned} ON &\iff V_D = 0 \wedge I_D > 0 \\ OFF &\iff V_D < 0 \wedge I_D = 0 \end{aligned}$$

- b) Para determinar la característica, se revisan los casos en que el diodo está encendido y apagado⁴. Cuando el diodo está apagado, la corriente a través de él es nula, por lo que toda la corriente que circula, pasa por R_1 y R_0 . Es decir, estas dos resistencias se encuentran en serie. Con ello, y usando que $R_1 = R_0 = R$ y que por ambas pasa una corriente I , se puede calcular el voltaje en la salida:

$$V_{in} = I_1 R_1 + I_0 R_0 = 2IR \Rightarrow I = \frac{V_{in}}{2R} \Rightarrow V_o = IR_0 = \frac{V_{in}}{2R} R = \frac{V_{in}}{2}$$

Para que ocurra este caso, es necesario que el voltaje V_D sea negativo. Así que se debe tener:

$$V_D = V_{in} - V_o = \frac{V_{in}}{2} < 0 \Leftrightarrow V_{in} < 0$$

Ahora, cuando el diodo está encendido, el voltaje que cae a través de él es nulo, i.e. es un corto-circuito. Al ser un corto-circuito, toda la corriente pasa por el diodo. Esto provoca el efecto de que la resistencia R_1 desaparece para el circuito. Con esto, el circuito se reduce a uno en donde solo existe la fuente y la resistencia R_0 . La salida es directamente:

$$V_o = V_{in}$$

Para que ocurra este caso, es necesario que la corriente que circula por el diodo circule en el sentido positivo de este, i.e. desde la fuente hacia la resistencia R_0 . Para que esto sea posible, necesariamente:

$$I_D = \frac{V_o}{R_o} = \frac{V_{in}}{R_0} > 0 \Leftrightarrow V_{in} > 0$$

En resumen, la salida está dada por:

$$V_o = \begin{cases} V_{in} & V_{in} > 0 \\ V_{in}/2 & V_{in} < 0 \end{cases}$$

⁴La manera eficiente de hacer esto es solo evaluar un caso, ya que al ser un solo diodo, el caso que falta es lo que queda fuera del rango del caso estudiado. Solo por fines didácticos se resolverán ambos estados del diodo.

- c) Utilizando la característica encontrada anteriormente, para una entrada senusoidal se tiene la salida que se observa en la Figura 5. En ella se observa que para los semi-ciclos positivos, la salida copia perfectamente la entrada, mientras que para los semi-ciclos negativos, la salida es la mitad de la magnitud de la entrada.

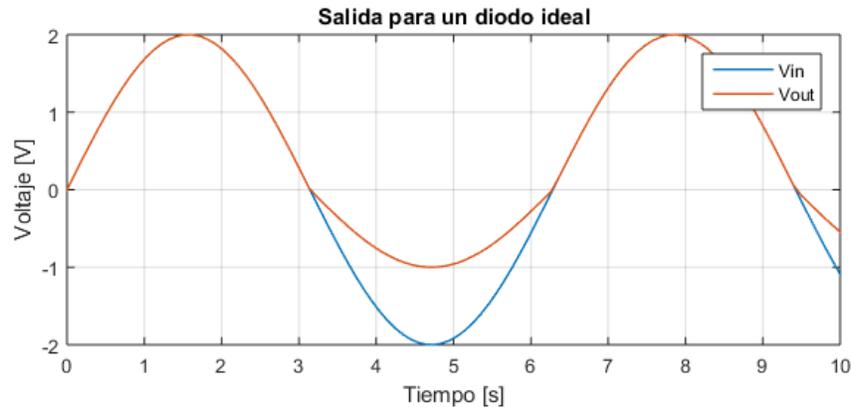


Figura 5: Caso para el diodo ideal.

2. Caso no ideal:

- a) El diodo simplificado no ideal con $V_{forward} = 0,7[V]$ conduce (se encuentra ON) cuando la corriente que circula por él lo recorre en sentido positivo, y la caída de voltaje que produce es igual a $0,7[V]$, constante. Es decir, este diodo requiere un voltaje mínimo distinto de cero para ser capaz de establecer una conducción. En cambio, el diodo no conduce (se encuentra OFF) cuando la caída de voltaje es menor a $0,7[V]$, y la corriente es nula. En este caso se sigue teniendo un circuito abierto. En resumen, si V_D e I_D son el voltaje y la corriente por el diodo:

$$ON \Leftrightarrow V_D = 0,7 \wedge I_D > 0$$

$$OFF \Leftrightarrow V_D < 0,7 \wedge I_D = 0$$

- b) Cuando el diodo está apagado, la corriente a través de él es nula, por lo que toda la corriente que circula, pasa por R_1 y R_0 . Es decir, estas dos resistencias se encuentran en serie. Con ello, y usando que $R_1 = R_0 = R$ y que por ambas pasa una corriente I , se puede calcular el voltaje en la salida:

$$V_{in} = I_1 R_1 + I_0 R_0 = 2IR \Rightarrow I = \frac{V_{in}}{2R} \Rightarrow V_o = IR_0 = \frac{V_{in}}{2R} R = \frac{V_{in}}{2}$$

Que es la misma relación para el caso OFF del diodo ideal. Para que ocurra este caso, es necesario que el voltaje V_D sea menor a $0,7$. Así que se debe tener:

$$V_D = V_{in} - V_o = \frac{V_{in}}{2} < 0,7 \Leftrightarrow V_{in} < 1,4[V]$$

Ahora, cuando el diodo está encendido, el voltaje que cae a través de él debe ser igual a $0,7$. Por LVK, se debe cumplir que la salida es igual a la entrada menos estos $0,7[V]$ que caen en el arreglo del diodo en paralelo con R_1 . Es decir:

$$V_{in} = V_D + V_o = 0,7[V] + V_o \Rightarrow V_o = V_{in} - 0,7[V]$$

Ahora hay que verificar qué debe ocurrir para que se tenga este caso. Es decir, se debe verificar que la corriente circule a través del diodo *desde* la fuente *hacia* la resistencia R_0 . Al establecerse un voltaje distinto de cero en los extremos de R_1 , se produce una circulación de corriente a través de ella, a diferencia del caso ideal. Esta corriente es constante debido a que el voltaje establecido debe serlo, y es igual a

$$I_1 = \frac{V_D}{R_1} = \frac{0,7}{R}$$

Por otro lado, en la resistencia R_0 debe circular una corriente:

$$I_0 = \frac{V_o}{R_0} = \frac{V_{in} - 0,7}{R}$$

Por LCK, la corriente por el diodo cumple:

$$I_D + I_1 = I_0 \Rightarrow I_D = I_0 - I_1 = \frac{V_{in} - 1,4}{R}$$

Imponiendo que la corriente sea positiva, necesariamente:

$$I_D = \frac{V_{in} - 1,4}{R} > 0 \Leftrightarrow V_{in} > 1,4[V]$$

En resumen, la salida está dada por:

$$V_o = \begin{cases} V_{in} - 0,7[V] & V_{in} > 1,4[V] \\ V_{in}/2 & V_{in} < 1,4[V] \end{cases}$$

- c) Utilizando la característica encontrada anteriormente, para una entrada senusoidal se tiene la salida que se observa en la Figura 6. En primer lugar, se observa que para los semi-ciclos negativos la salida es la mitad de la magnitud de la entrada. Pero a diferencia del caso ideal, la salida sigue teniendo la esta relación con la entrada en las porciones del semi-ciclo positivo en que el voltaje aun no es suficientemente grande como para activar el diodo. Una vez que el voltaje permanece por sobre el umbral de los 1.4[V], la salida es igual a la entrada menos la caída constante de voltaje de 0.7[V] que produce el diodo al activarse.



Figura 6: Caso para el diodo no ideal.