FI2001-3: Mecánica
Profesor: Claudio Romero Z.
Auxiliares: Jerónimo Herrera G., Sergio Leiva M.

Auxiliar 11: Conservación del momentum lineal

Lunes 29/10/18

1. Un grupo de ingenieros aeroespaciales desea hacer despegar un cohete que inicialmente tiene masa M_0 y se halla completamente abastecido de combustible. Si $M(t)$ es la masa del cohete en función del tiempo, v es su rapidez de ascenso y u es la magnitud de la velocidad relativa del gas expulsado por el cohete con respecto a éste, determine:

   a) La condición de despegue en términos de u, la tasa de variación de masa dM/dt y la aceleración de gravedad g.

   b) La rapidez de ascenso del cohete en función del tiempo, $v(t)$. Suponga que el roce con el aire es despreciable.

   c) Si la tasa de variación de masa es constante, tal que $|dM/dt| = \alpha$, encuentre su valor óptimo para que la velocidad del cohete sea máxima en el momento en que se quema todo el combustible, cuya masa inicial es M_c.

   d) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el cohete? ¿Qué tiene que pasar para que éste siga subiendo sin cota?

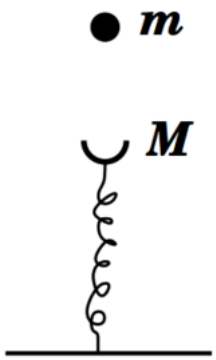
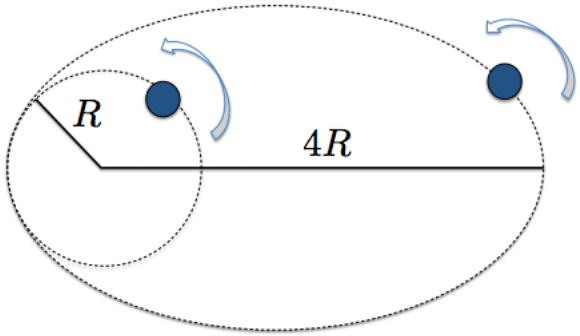
2. Un balde de masa despreciable contiene una masa M de arena en $t = 0$. El balde está unido a una pared vecina mediante un cable horizontal que le aplica permanentemente una tensión constante T_0 (que es independiente del largo de la cuerda). La superficie horizontal sobre la cual descansa el balde no tiene roce y la distancia inicial entre la pared y el balde es L. Más tarde, a la distancia entre la pared y el balde la denotamos como $x(t)$ y a la cantidad de arena en el balde $m(t)$. Cuando el balde se suelta y viaja hacia la pared se observa que pierde arena a una tasa constante con respecto a la posición $|dm/dx| = M/L$ (la tasa de pérdida con respecto al tiempo $|dm/dt| \neq cte$). Se observa que el balde queda vacío justo cuando llega a la pared (note que dx es positivo, mientras que dm no lo es).

   a) Calcule la energía cinética de la arena dentro del balde, en función de x. ¿Cuál es el valor máximo que alcanza?

   b) Calcule la magnitud del momentum lineal p en función de x e indique el valor máximo que alcanza.

3. *Problemas propuestos*

   a) Un cuerpo de masa m es soltado desde una altura d con respecto a un plato de masa M adherido a un resorte vertical de constante elástica k Si los cuerpos quedan pegados luego del impacto, calcule la compresión máxima del resorte Δ después del choque y determine la fuerza máxima $F_{máx}$ que ejercida por el piso sobre el resorte.



b) Un planetoide de masa M describe una orbita circular de radio R en torno al Sol, el cual posee una masa M_S. Un cometa de masa m se mueve en el mismo sentido del planeta, describiendo una órbita elíptica con perihelio $r_{min} = R$ y afelio $r_{max} = 4R$ en torno al Sol. Cálculo astronómicos indican que en un futuro cercano el cometa chocará con el planeta. Si el choque es plástico, determine el valor del afelio de la órbita del planetoide-cometa.