

FI2001-3: Mecánica**Profesor:** Claudio Romero Z.**Auxiliares:** Jerónimo Herrera G., Sergio Leiva M.

Auxiliar 7: Fuerzas Centrales

Viernes 12/10/18

1. *Fuerzas Conservativas:* Calcule las fuerzas asociadas a las siguientes energías potenciales:

- $U_e(x, y, z) = k(x^2 + y^2 + z^2)$
- $U_e l(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r}$
- $U(r) = Ae^{-kr}$

Determine si las siguientes fuerzas son conservativas:

- $F_1 = -F_0(y\hat{x} + x\hat{y})$
- $F_2 = (xy + z)\hat{x} + 2xy\hat{y} + 3x\ln(z)\hat{z}$
- $F_3 = r\hat{r} + r^2\hat{\phi}$

2. *Potencial efectivo:* El objetivo de este problema es obtener la trayectoria de un planeta de masa m bajo un potencial gravitacional $V(r) = -\frac{GMm}{r}$ a partir de la energía del sistema, y la conservación del momentum angular.

- a) Escriba las ecuaciones de movimiento de m bajo el potencial gravitacional $V(r)$. Deduzca la conservación del momentum angular, y obtenga un potencial efectivo U_{eff} tal que $m\ddot{r} = -\frac{dU_{eff}}{dr}$.
- b) Escriba la energía del sistema como función de la coordenada radial (r y $\dot{r}$)
- c) A partir de lo anterior obtenga una igualdad tipo $(\frac{dr}{d\theta})^2 = f(r)$.
- d) Obtenga una función para la coordenada radial en función del ángulo de giro, $r = r(\theta)$.

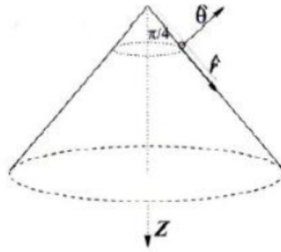
3. *Nombre:* Una partícula P de masa m está obligada a moverse sin roce en una superficie cónica de ángulo $\pi/4$. El sistema está muy lejos de la Tierra, no hay peso. P comienza su movimiento a distancia r_0 del vértice superior, con rapidez perpendicular al eje Z y velocidad angular inicial $\dot{\phi}(0) = \omega_0$. Hay una fuerza de atracción que el eje Z ejerce sobre la partícula. En coordenadas cilíndricas esta fuerza es:

$$\vec{f} = -B \frac{\hat{\rho}}{\rho^2}$$

donde B es una constante conocida suficientemente grande para que, dadas las condiciones iniciales, P no pueda despegarse del cono. No hay pérdida de generalidad si se toma que $B = mr_0^3\omega_0^3b$, donde b es una constante adimensional.

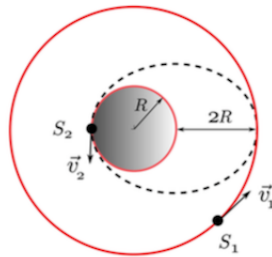
- a) Determine si $\vec{f}$ es o no una fuerza conservativa.
- b) Encuentre la velocidad angular $\dot{\phi}$ de P en función de la coordenada esférica r .
- c) Escriba la energía mecánica total en términos de r y de $\dot{r}$.
- d) ¿Existen soluciones en que r está acotado entre dos valores, r_{max} y r_{min} ? ¿Qué condición debe imponerse sobre b ?

- e) Analice el signo de la fuerza normal.



Propuesto *Orbita:* Un satélite (S_1) de masa m se encuentre girando en órbita circular alrededor de la Tierra (radio R), a una distancia $2R$ de la superficie. Desde la superficie de la Tierra se lanza otro satélite (S_2), también de masa m , en dirección paralela a la superficie de modo que choca con el satélite S_1 en órbita circular en la posición indicada en la figura, quedando ambos pegados luego del impacto.

- Calcular la rapidez v_1 a la cual se mueve el satélite S_1 antes del impacto.
- Calcule la rapidez v_2 de lanzamiento del satélite S_2 .
- Como resultado del choque ambos satélites quedan juntos. Determine la velocidad de la 'chatarra' resultante luego del impacto.



Propuesto 2 *Orbita:* Un transbordador de masa m se aproxima a la Tierra en una trayectoria parabólica. Cuando la nave se encuentra en su punto de distancia mínima A (A a una distancia D de la Tierra), esta frena bruscamente, disminuyendo su velocidad para comenzar a describir una órbita elíptica. Esta órbita le permite pasar tangencialmente sobre la superficie terrestre en el punto B. Determine la pérdida de energía cinética que sufre el transbordador en el punto A, y determine la órbita elíptica que describe la nave.

