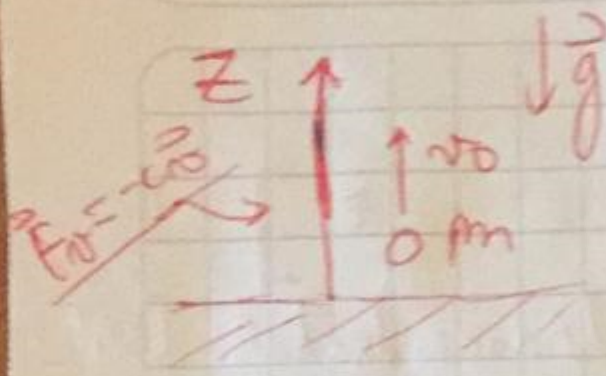
# Ejercicio #1: MOV. 1D




a) Ecs. mov. (subida y bajada) [1pt]
b) Vel terminal en términos de m, g, c [1pt]
c) Vel(z) subiendo y bajando [2pt]
d) h máx [1pt]
e) $v_f$ [1pt]

a) Newton: $\sum F_z = m\ddot{z} = \pm c\dot{z} - mg$ [0,5]

(+) bajada ; (−) subida ; más bonito:

$$\left[\ddot{z} = \pm \frac{c}{m}\dot{z} - g\right], \text{ pero } \ddot{z} = \dot{v}$$

$$\Rightarrow \dot{v} = \pm \frac{c}{m} v - g \quad // \quad [0,5]$$

b) Cuando m cae, si la altura es suficiente se alcanza una vel. terminal $v_\infty$ cuando la fuerza de roce (+) iguala al peso (−): [0,5]

$$\ddot{z} = 0 = \dot{v} = \frac{c}{m} v - g \Rightarrow \boxed{v_\infty = \frac{mg}{c}}$$

[0,5]

c) • Subida: $\dot{v} = -\frac{cv}{m} - g$, $\dot{v} = \frac{dv}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\left(\frac{cv}{m} + g\right) \Big/ \cdot \frac{m}{c} v$$

$$\Rightarrow \frac{m}{c} v \frac{dv}{dt} = -v\left(v + \frac{mg}{c}\right); \quad v_\infty = \frac{mg}{c}$$

Integrando: $\Rightarrow \frac{m}{c}\int_{v_0}^{v} \frac{v}{v+v_\infty}\,dv = -\int_0^t v\,dt \Big/ \cdot \frac{c}{m}$

$$\Rightarrow \int_{v_0}^{v} \frac{v}{v+v_\infty}\,dv = -\frac{c}{m}\int_0^z dz, \text{ ya que } dz = v\,dt \quad (v = dz/dt)$$

$$\Rightarrow \int_{v_0}^{v} \left[\cancelto{1}{\frac{v+v_\infty}{v+v_\infty}} - \frac{v_\infty}{v+v_\infty}\right] dv = -\frac{c}{m} z \quad \text{[NIKITA-NIPONE]}$$

[0,5]

Luego de integrar:

$$\left[ v(z) - v_0 - v_\infty \ln\left(\frac{\overset{\to v(z)}{v} + v_\infty}{v_0 + v_\infty}\right) = -\frac{c z}{m} \right]$$

Lo que nos da una ecuación trascendental: [0,5]

$$f(v(z)) = \frac{-c}{m} z \quad \Big\} \text{ no es necesario resolverlo}$$

• Bajada: $\dot{v} = \frac{c}{m} v - g$ / análogamente:

$$\int_0^v \frac{v}{v_\infty - v} dv = + \frac{c}{m} \int_h^z dz \quad \to h\text{: altura máxima}$$

[0,5]

$$\Rightarrow -v(z) + 0 - v_\infty \ln\left(\frac{v_\infty - v}{v_\infty}\right) = -\frac{c}{m}(h - z)$$

[notar que $v_\infty \geq v(z)$ y $h \geq z$]

$$\Rightarrow f(v(z)) = v(z) + v_\infty \ln\left(\frac{v_\infty - v}{v_\infty}\right) = \frac{c}{m}(h - z)$$

[0,5]

d) En la ec. de subida: $z = h \wedge v(h) = 0$ [0,5]

$$\Rightarrow -\frac{c}{m} h = -v_0 - v_\infty \ln\left(\frac{v_\infty}{v_0 + v_\infty}\right) \Big/ \cdot \left(-\frac{m}{c}\right)$$

$$\Rightarrow h = \frac{m v_0}{c} + \frac{m v_\infty}{c} \ln\left(\frac{v_\infty}{v_0 + v_\infty}\right)$$ [0,5]

e) En la ec. de bajada: $z = 0 \wedge v(0) = v_f$ [0,5]

$$\Rightarrow v_f + v_\infty \ln\left(\frac{v_\infty - v_f}{v_\infty}\right) = \frac{c h}{m} \text{; } h \text{ conocido}$$

$$\Rightarrow f(v_f) = v_f + v_\infty \ln\left(\frac{v_\infty - v_f}{v_\infty}\right) - \frac{c h}{m} = 0$$

(suficiente) [0,5]