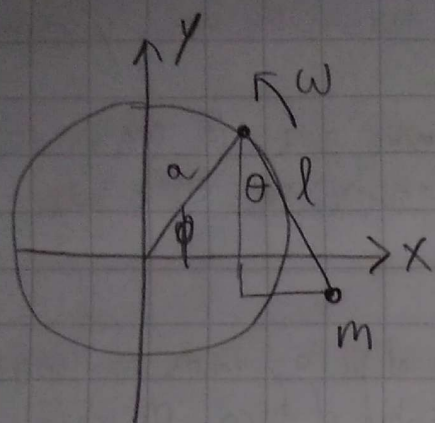


Pauta Ejercicio 7



$$\phi = \omega t$$

$\Theta = \Theta(t) \rightarrow$ desconocido \Rightarrow Única coordenada generalizada

$$q_1 = \Theta$$

$$x = a \cos(\omega t) + l \sin \Theta$$

$$y = a \sin(\omega t) - l \cos \Theta$$

$$\dot{x} = -a \omega \sin(\omega t) + l \cos \Theta \dot{\Theta}$$

$$\dot{y} = a \omega \cos(\omega t) + l \sin \Theta \dot{\Theta}$$

$$K = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = \frac{1}{2} m (a^2 \omega^2 + l^2 \dot{\Theta}^2 - 2 a l \omega \dot{\Theta} \sin(\omega t) \cos \Theta + 2 a l \omega \dot{\Theta} \cos(\omega t) \sin \Theta)$$

$$= \frac{1}{2} m (a^2 \omega^2 + l^2 \dot{\Theta}^2 + 2 a l \omega \dot{\Theta} \sin(\Theta - \omega t))$$

$$U = m g y = m g (a \sin(\omega t) - l \cos \Theta)$$

$$L = K - U = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\Theta}^2 + m a l \omega \dot{\Theta} \sin(\Theta - \omega t) - m g a \sin(\omega t) + m g l \cos \Theta$$

¿Se conserva la energía?

$$E = K + U \rightarrow \text{Digamos que sí} \Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dK}{dt} = -\frac{dU}{dt} \quad (*)$$

$$\rightarrow m l^2 \ddot{\Theta} \dot{\Theta} + m a l \omega [\ddot{\Theta} \sin(\Theta - \omega t) + \dot{\Theta} \cos(\Theta - \omega t) (\dot{\Theta} - \omega)] = \frac{dK}{dt}$$

$$m g a \omega \cos(\omega t) + m g l \dot{\Theta} \sin \Theta = \frac{dU}{dt}$$

\rightarrow No tomar que imponer $\frac{dE}{dt} = 0$ supondría que $\dot{\Theta}(t)$ satisfaga una EDO no lineal a coeficientes variables (esta es una forma de verlo) (I)

(II) Notando que bastaría con que $\frac{dU}{dt}$ o $\frac{dK}{dt}$ sean distintos de cero, y es más

dependientes del tiempo nos indica que no puede ser posible que la energía se conserve en cada instante t , simplemente no puede existir un $\theta(t)$ que cumpla infinitas condiciones sobre sus valores.

En este caso notar que las fuerzas son la tensión y el peso, donde la tensión tendrá un efecto sobre el disco ejerciendo una reacción sobre el disco. De modo que si queremos mantener el punto fijo al disco girando con velocidad angular constante debe estar suministrando o quitando energía de forma adecuada tal que esto se pueda cumplir.

(b) $\eta_1 = \theta$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = maw l \dot{\theta} \cos(\theta - \omega t) - mgl \sin \theta$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = ml^2 \ddot{\theta} + maw l \sin(\theta - \omega t)$$

regla de la cadena

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = ml^2 \ddot{\theta} + maw l \cos(\theta - \omega t) (\dot{\theta} - \omega)$$

$$\rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \rightarrow ml^2 \ddot{\theta} + maw l (\dot{\theta} - \omega) \cos(\theta - \omega t) - maw l \dot{\theta} \cos(\theta - \omega t) + mgl \sin \theta = 0$$

$$\rightarrow l^2 \ddot{\theta} - a\omega^2 l \cos(\theta - \omega t) + gl \sin \theta = 0$$

$$\ddot{\theta} - \frac{a}{l} \omega^2 \cos(\theta - \omega t) + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

Ecuación de movimiento

* $\omega = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \rightarrow$ que coincide con la ecuación de un péndulo sujeto a gravedad. $\omega = 0$ implica que el disco simplemente está fijo o sea, el extremo fijo de la cuerda no tiene velocidad.