

Auxiliar 5: Oscilador armónico y movimiento forzado 17 de abril del 2017

Conceptos Útiles

a) Fuerza de un resorte:

$$||\vec{F}|| = k(l - l_0)$$

b) Regla de L'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

c) Fuerza gravitatoria:

$$\vec{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{r}$$

d) Resta de cosenos:

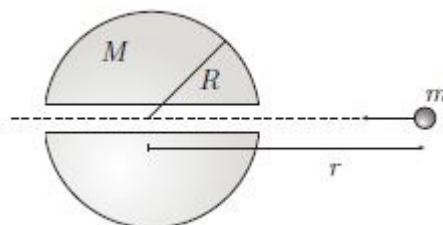
$$\cos A - \cos B = -2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

Problemas

1. *Partícula sujeta a campo gravitatorio [Kim Hauser, P.3.3]*

Una masa puntual de masa m se encuentra bajo la acción de un campo gravitatorio de una esfera de radio R , la cual tiene un túnel que la atraviesa como se indica en la figura. La esfera tiene masa conocida M y considere que $M \gg m$. Como condición inicial imponga que la partícula parte del reposo en $r \rightarrow \infty$.

- Determine la magnitud y dirección de la fuerza gravitacional que ejerce la masa M sobre la masa m en función de r y m , considerando el caso $r > R$ y $r \leq R$.
- Cuál es la rapidez de la masa m cuando pasa por la superficie de la esfera.
- Cuál es la rapidez de la masa m cuando pasa por el centro de la esfera.

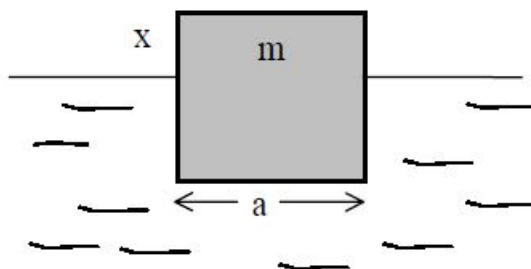


2. *Cubo flotando en líquido [Aceituno, P.B.6]*

Un cubo de lado a y masa m que se encuentra sumergido en un líquido, emerge la superficie con una rapidez v_0 . El líquido ejerce una fuerza de empuje $E(x)$ donde x es la altura que sobresale la cara superior del cubo por sobre la superficie del líquido. Considere además que existe un roce viscoso lineal de constante b . La expresión para el empuje es la siguiente:

$$\vec{E}(x) = \beta(a - x) \quad (1)$$

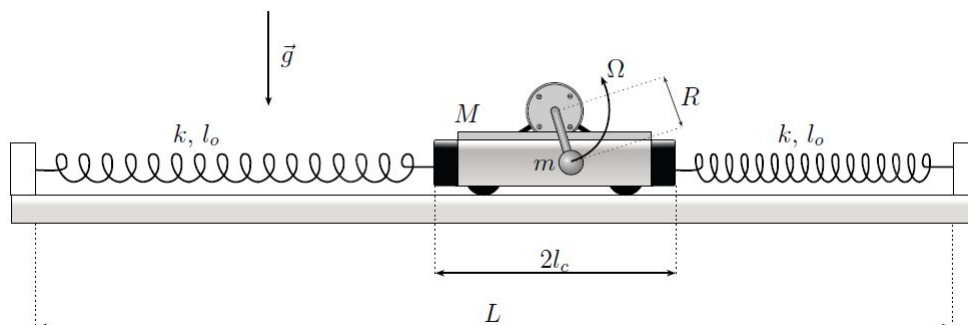
- Qué valores puede tomar x , explique.
- Considerando que inicialmente la cara superior se encuentra justo en el nivel del agua en reposo, plantee la ecuación de movimiento y encuentre $x(t)$.
- Qué velocidad alcanza el cubo cuando emerge totalmente y cuál es la máxima aceleración alcanzada, cuándo ocurre?



3. *Movimiento forzado y resonancia* [Kim Hauser, P.4.11]

Un carro de largo $2l_c$ y masa M puede deslizarse sin roce por un riel de largo L . El carro tiene fijo, cada lado, uno de los extremos de un resorte ideal (k, l_0) . Sobre el carro se monta un motor que hace girar una masa m con velocidad angular Ω y con radio R .

- Encuentre la posición x_{CM} del centro de masa del sistema y haga un balance de fuerzas unidimensional.
- Resuelva la ecuación para x de la parte (a) usando como condiciones iniciales que el sistema parte del reposo absoluto.
- Encuentre la frecuencia de resonancia ω_r y tome el límite de x cuando Ω tiende a esta.



INDICACIÓN: INTENTE RESOLVER ESTE PROBLEMA AGREGANDO UNA FUERZA VISCOSA DEL TIPO $\vec{F} = -b\vec{v}$. ENCUENTRE LA AMPLITUD DEL MOVIMIENTO ESTACIONARIO (O SEA, CUANDO $t \rightarrow \infty$ UNO DE LOS DOS TÉRMINOS DE $x(t)$ SE HARÁ NULO) $B(\Omega)$ Y HAGA UN GRÁFICO ESQUEMÁTICO VERSUS Ω . CUÁL SU VALOR MÁXIMO Y PARA QUE VALOR DE Ω OCURRE?

Comentarios

- KIM HAUSER. P.1.9, P.2.10, P.3.[4,5,6,10,11], P.4.[6,10,11].
- CORDERO. Sección 3.2, Capítulo 4 y 5 completos.
- SYMON. Secciones 2-[7,9,10], 3-[10,12,13,14].
- ACEITUNO. P.B.[26,31,49,62,70], P.C.[1,2,7,8,9,11], P.E.5.
- Ejercicio 4: viernes 21 de abril (Oscilador Armónico).