

FI2001-3: Mecánica

Profesor: Claudio Romero Z.

Auxiliares: Jerónimo Herrera G., Sergio Leiva M.



## Auxiliar 3D: Cinemática

Miércoles 26/09/18

1. Considere un proyectil lanzado cerca de la superficie de la Tierra con rapidez inicial  $v_0$  y ángulo inicial  $\theta_0$  (sin roce). Calcule el radio de curvatura  $\rho$  de la trayectoria parabólica en el punto inicial y cuando se alcanza la altura máxima.
2. La trayectoria de un punto  $P$ , usando coordenadas cilíndricas, se define con  $\rho(t) = \rho_0$ ,  $\theta(t) = ?$  y  $z(t) = h - B\theta(t)$ . Se sabe que  $\theta(t)$  es una función monótona,  $\theta(0) = 0$  y  $\dot{\theta}(0) = \omega_0$  y donde  $h$ ,  $B$  y  $\omega_0$  son constantes positivas conocidas.
  - a) Obtenga las expresiones para los vectores velocidad y aceleración en este ejemplo.
  - b) Obtenga una expresión para el vector tangente  $\hat{t}$  y para la rapidez de  $P$ . Comente sobre los signos de estas cantidades.
  - c) Obtenga expresiones para las aceleraciones centrípeta y tangencial, de modo que  $\vec{a} = \vec{a}_{cent}(t) + \vec{a}_{tan}(t)$
  - d) ¿Cuál es la función  $\theta(t)$  si se sabe que la aceleración apunta todo el tiempo perpendicular al eje  $Z$ ?
3. Considere una curva espiral cónica como la de la figura, descrita en coordenadas esféricas por las ecuaciones:  $\theta = \pi/4$  y  $\phi = 2\pi r/R$  donde  $R$  es una constante conocida. Una partícula se mueve sobre la espiral partiendo desde el origen manteniendo una velocidad radial constante y conocida,  $\dot{r} = c$ .
  - a) Determine la distancia radial al punto  $P$  en el cual la rapidez de la partícula es  $3c$ .
  - b) Encuentre una expresión para la longitud total de la espiral y para el tiempo que la partícula tarda en recorrerla.  
Nota: Está bien si deja su solución en términos de una integral muy complicada.
  - c) Determine el valor del radio de curvatura de la trayectoria en el punto  $P$ .

