Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI1002 - Sistemas Newtonianos

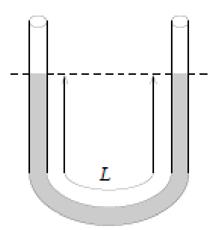
Pauta Auxiliar 12

Repaso

Prof: Claudio Falcon
Auxiliares: Felipe Cubillos, Francisco Silva, Manuel Torres
Dudas: manuel.torres@ug.uchile.cl
Fecha: 14 de Diciembre, 2018.

Problema 1.- Movimiento oscilatorio en un fluido

En la figura se muestra un tubo de sección constante A y forma de U, abierto a la atmósfera. El tubo está lleno hasta el nivel indicado por una línea a trazos con un líquido incompresible que fluye a través del tubo con un rozamiento despreciable. La longitud total de la columna de l´ıquido es L. Demuestre que si se hace descender la superficie del líquido en uno de los brazos de la U y luego se deja libre, el nivel del fluido oscilaría armónicamente alrededor de su posición de equilibrio con un período dado por $T = 2\pi\sqrt{L/2g}$



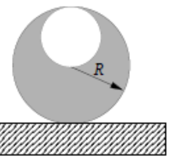
Indicaciones:.-

- Primero, se realiza un análisis de que ocurriría si se saca del equilibrio el fluído, luego con energía se puede decir que cuando alcanza el máximo de altura (uno de los lados) posee velocidad cero, mientras que cuando alcanza el punto de equilibrio posee velocidad máxima, por lo que encontramos que existe una oscilacion.

- Se realiza la suma de fuerzas considerando que el volumen sumergido será el aire que ocupa la posición del agua desplazada hacia abajo (por conveniencia es mas fácil analizar el lado que baja), dicho volumen del aire dependerá de la componente vertical, por lo que esa es la componente de la función mientras que la aceleración será su segunda derivada (y queda la EDO de un MAS).

Problema 2.- Movimiento oscilatorio

Considere un cilindro de radio R y densidad ρ, con una perforación cilíndrica de radio R/2, tal como se muestra en la figura. El cilindro rueda sin resbalar sobre una superficie horizontal realizando pequeñas oscilaciones en torno a su posición de equilibrio. Encuentre el período de las oscilaciones.



Desarrollo.-

Primero calculamos el centro de masas del cuerpo, considerando un cilindro de disco grande y macizo de radio R y otro cilindro de disco no concéntrico con el anterior, de radio $\frac{R}{2}$, luego se tiene que considerando el origen en el centro del cilindro grande:

$$\vec{r}_{cm,G} = (0,0) \tag{1}$$

$$\vec{r}_{cm,c} = (0, R/2) \tag{2}$$

Luego, como se conoce la densidad del material, es posible conocer las masas hipotéticas de ambos cuerpos, considerando la densidad superficial y que el cilindro es aproximadamente un disco, entonces las masas son:

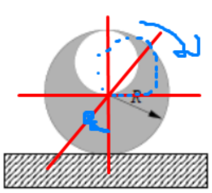
$$m_G = \pi R^2 \rho \tag{3}$$

$$m_c = \pi (R/2)^2 \rho \tag{4}$$

Posteriormente, utilizando la ecuación del centro de masas, considerando negativo el cilindro que representa el vacío, se tiene conocido el centro de masas del sistema (se deja expresado):

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\vec{r}_{cm,G} \cdot m_G - \vec{r}_{cm,c} \cdot m_c}{m_G - m_c} \tag{5}$$

Luego, conocido el centro de masas con respecto al punto central del disco macizo, imagínese que ese punto es un techo y existe una cuerda hacia el centro de masas, puesto que el sistema es equivalente a tener un péndulo físico (inserte explosión mental). Por lo que sacando el sistema del equilibrio, habrá un torque distinto de cero (hágalo y dibuje su DCL), por lo tanto, calculando el torque se tiene que:



$$I_o \ddot{\theta} = -mg|\vec{r}_{cm}| \cdot sen(\theta) \tag{6}$$

De la ecuación anterior, bajo pequeñas oscilaciones se puede realizar el procedimiento conocido para obtener la ecuación de cinemática para la posición del ángulo de giro del sistema, además es posible identificar la frecuencia natural.

$$I_o\ddot{\theta}mg|\vec{r}_{cm}|\theta = 0 \tag{7}$$

$$\ddot{\theta}\frac{mg|\vec{r}_{cm}|}{I_o}\theta = 0 \tag{8}$$

$$w_o^2 = \frac{mg|\vec{r}_{cm}|}{I_o} \tag{9}$$

Donde:

$$w_o = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \tag{10}$$

Anexo, calculando la inercia: Utilizando ejes paralelos, la inercia total del sistema es la inercia del disco macizo menos la inercia del disco vacío, respecto al mismo punto, por lo tanto sería:

$$I_o = I_{cm,G} - (I_{cm,c} + m_c(R/2)^2) \tag{11}$$

Notando que el disco vacío tiene un desplazamiento de Steiner respecto al punto o, mientras que el disco macizo tiene su centro en el punto o (no tiene desplazamiento de Steiner).

Problema 3.- Movimiento oscilatorio en un fluido

Un resorte de constante de resitución k y largo en reposo l_0, se encuentra adosado firmemente a la base de un recipiente (ver figura). El recipiente está lleno de agua. Suponga ahora que en el instante t = 0 se le adosa al extremo superior una esfera sólida homogénea de radio R, hecha de un material más liviano que el agua, y que la esfera luego se suelta (o sea, en el instante t = 0 la longitud del resorte es 0 y la esfera se suelta en reposo). Se observa que la esfera realiza oscilaciones armónicas de amplitud A = 0,8 cm.

- Encuentre la densidad de la esfera.
- Encuentre el periodo del mov. que realiza la esfera una vez que se suelta.