/

Errores:

- Sistemáticos: Relacionados con exactitud, relacionado con como se mide. Es controlable
- Aleatorios: Relacionados con la precisión. Se minimiza realizando muchas mediciones, no controlable pero Gaussiano

- $<x> = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i$ $\quad$ • $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - <x>)^2}$

Propagación de errores: $a = <a> \pm \delta a$ $\quad$ $b = <b> \pm \delta b$

- $(a \pm \delta a) \pm (b \pm \delta b) = (a \pm b) \pm \sqrt{\delta a^2 + \delta b^2}$
- $(a \pm \delta a)(b \pm \delta b) = <ab> \pm <ab> \sqrt{\left(\frac{\delta a}{<a>}\right)^2 + \left(\frac{\delta b}{<b>}\right)^2}$
- $\frac{(a \pm \delta a)}{(b \pm \delta b)} = \frac{<a>}{<b>} \pm \frac{<a>}{<b>} \sqrt{\left(\frac{\delta a}{<a>}\right)^2 + \left(\frac{\delta b}{<b>}\right)^2}$

Error absoluto: $a = <a> \pm \delta a$

Error relativo: $\varepsilon_a = \frac{\delta a}{a}$

Error en función: $f(x) \Rightarrow f(<x> \pm \delta x) = f(<x>) \pm f'(<x>) \cdot \delta x$

Método de Verlet:

- $\dot{x}(t_i) = \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta t}$ Derecha
- $\dot{x}(t_i) = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2\Delta t}$ Centrado
- $\dot{x}(t_i) = \frac{x_i - x_{i-1}}{\Delta t}$ Izquierda
- $\ddot{x}(t_i) = \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{\Delta t^2}$

Centro de Masa

$$\overrightarrow{R_{cm}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

CM de CMs

$$\overrightarrow{R_{cm}} = \frac{M_A \overrightarrow{R_A} + M_B \overrightarrow{R_B}}{M_A + M_B}$$

Energia:

- $K_{Tras} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} m_i v_i^2$
- $K_{Rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$

$\Delta E = W_{roce}$

- $U_g = M g h_{cm}$

$W_{roce} = \mu N \cdot \Delta x$

- $K_{Tot} = K_{Tras} + K_{Rot}$

Momentos de Inercia conocidos:

- $I = \sum_{i=1}^{N} m_i \rho_i^2$

- Aro en Centro: MR^2
- Disco en Centro: $\frac{1}{2} MR^2$
- Disco en diámetro: $\frac{1}{4} MR^2$
- Barra extremo $\frac{1}{3} ML^2$
- Barra centro: $\frac{1}{12} ML^2$

Momentum lineal:

$$\vec{P} = \sum m_i \vec{v}_i = v_{cm} M_{tot}$$

Torque:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \vec{\tau}_g = \vec{r}_{cm} \times Mg$$

Scanned with CamScanner

- **Teorema de Steiner:**

$$I_0 = I_{cm} + R^2 M$$

hacia el eje de rotación

- **Ejes perpendiculares:**

$$I_\perp = I_{xx'} + I_{yy'}$$

- **Momentum Angular:** (Se conserva $\rightarrow$ $L_0 = L_f$)

$$\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v} = I_0 \omega$$

$$\dot{\vec{L}} = \vec{\tau} = I_0 \ddot{\theta}$$

Rodadura: (Sin resbalar)

- $\Delta x = R \Delta \theta$
- $v = R\omega$
- $a = R\alpha$

Equilibrio estático:

- $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0$
- $\sum \vec{\tau} = 0$
- $\vec{v} = 0$
- $\vec{\omega} = 0$

Notas:

* Buen sistema de referencia (ayuda a eliminar torques)
* ¡Atento con la regla de la mano derecha!

Oscilaciones

ω= frecuencia angular (rad/s) : que tan rápido se presentan las oscilaciones

- $X(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$

Ver $X(t)$ en $t=0$ para ver ϕ_0 y A.

En resortes: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

- $\phi(t) = \phi_0 + \omega t \quad [0, 2\pi]$

- $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- $f = \frac{\omega}{2\pi}$
- $\ddot{X} + \frac{K}{m} x = 0$

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$
- $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$

- $\vec{v} = -\omega A \operatorname{sen}(\omega t + \phi_0)$

  $v_{max} = \omega A$

  Si $x=0$, v es máximo.

  Si $x = max$, $v = 0$.

- $\vec{a} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi_0)$

  $\vec{a}_{max} = \omega^2 A$

  Si $x = max$, $\vec{a}$ es máximo opuesto.

$\operatorname{tg}\phi_0 = \frac{-v_0}{x_0 \omega_0}$

Energía:

- $K_e = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \operatorname{sen}^2(\omega t + \phi_0)$
- $U = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \phi_0)$
- $E = \frac{1}{2} kA^2$
- $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

Péndulo Simple:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{R}\operatorname{sen}\theta = 0 \;\xrightarrow{\theta \ll 1}\; \ddot{\theta} + \frac{g}{R}\theta = 0 \longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

$\hookrightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

Péndulo físico:

$\ddot{\theta} + \frac{Mgd}{I}\theta = 0$

Considerando $\theta \ll 1$

$\omega = \sqrt{\frac{Mgd}{I}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}}$

I = respecto apoyo.

$d = \vec{R}_{cm}$.

Scanned with CamScanner

Oscilaciones amortiguadas

b = coeficiente de amortiguamiento

$\tau = \frac{m}{b}$ - tiempo de decaimiento

$$X(t) = v_0 \tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$v_x(t) = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Oscilaciones amortiguadas:

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega^2 x = 0$$

$$X(t) = A e^{-\frac{t}{2\tau}} \cos(\Omega t + \phi_0) \qquad \Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2} \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Oscilaciones forzadas

$$X(t) = A e^{-\frac{t}{2\tau}} \cos(\Omega t + \phi_0) + \frac{F_0/M}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2} \operatorname{sen}(\omega t - \delta)$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\omega}{\tau(\omega_0^2 - \omega^2)} \qquad \text{Máx: } \frac{dB}{d\omega} = 0 \qquad F \cdot v > 0 \text{ (mismo sentido)}$$

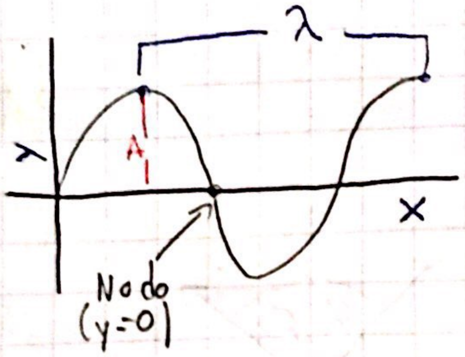
Ondas propagativas

$$\frac{d^2\mu}{dt^2} = c^2 \frac{d^2\mu}{dx^2} \qquad \mu(x,t) = \underbrace{f(x-ct)}_{\text{Hacia der.}} + \underbrace{g(x+ct)}_{\text{hacia izq.}}$$

$$c = \sqrt{\frac{T\Delta^2}{I}} \qquad c = \sqrt{\frac{T}{\rho_L}}$$

T = torque, Δ = distancia, ρ_L = "densidad"

Ondas Propagativas



λ = longitud de Onda

A = Amplitud

Ecuación general:

$$y(x,t) = A \operatorname{sen}(Kx - \omega t - \phi_0)$$

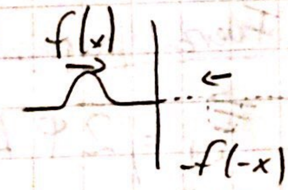
Donde: $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ Número de onda $\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$ frecuencia angular

$$\frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = c = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \qquad T = \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{f}$$

Cuerda Semi-finita: $x \in [-\infty, 0]$

Extremo fijo:

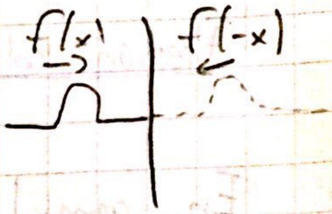
→ Sentido contrario y va por abajo:



$$y(x,t) = f(x-ct) - f(-(x+ct))$$

Extremo movil:

→ Sentido contrario, va por arriba



$$y(x,t) = f(x-ct) + f(-(x+ct))$$

Onda estacionaria:

$$y(x,t) = 2A \operatorname{sen}(kx)\cos(\omega t + \phi_0)$$

En $x=0 \wedge x=L$, $\quad y(x,t)=0$

$\rightsquigarrow \operatorname{sen}(kx) = 0 \rightarrow kx = \pi n \longrightarrow K_n = \frac{n\pi}{L} \longrightarrow f_n \frac{nc}{2L}$

n - #nodos.

Scanned with CamScanner

Hidrostática - Presión colisional

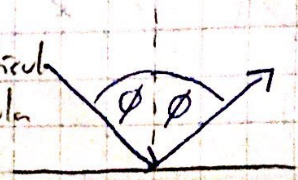
$\delta N = \#$ partículas
$\delta V =$ Volúmen

Densidad de partículas (n): $\delta N = n(\vec{r})\,\delta V$

Densidad de masa (ρ): $\delta M = \rho(\vec{r})\,\delta V$

Colisiones elementales:

m_0 = masa partícula
v = vel. partícula



$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 2m_0 v\cos\phi$$

Chorro de partículas:

$$\delta N = n \times \delta V = n \times A v \Delta t \cos\phi$$

Momentum:

$$\delta\vec{P} = (nAv\Delta t\cos\phi) \times (2m_0 v\cos\phi)$$
$$= 2m_0 n A v^2 \cos^2\phi\,\Delta t$$

Fuerza responsable del cambio de momento:

$\vec{F}_{col} = 2\rho A v^2\cos^2\phi$, pero $A\cos\phi = A_\perp$ (sección transversal)

$\rightsquigarrow \vec{F}_{col} = 2\rho A_\perp v^2\cos\phi$

Presión colisional:

$$P = \frac{\vec{F}_{col}}{A} = 2\rho v^2\cos^2\phi$$

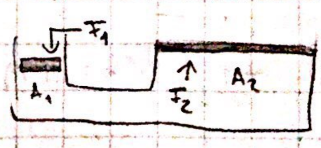
En general; $P = \dfrac{|\vec{F}|}{A}$

De esto, podemos definir la dependencia de P con la profundidad:

$P = P_0 + \rho_f g h$ $\quad P_0$ = Presión a d. $\quad P$ = Presión a $d+h$.

Ley de Pascal

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$



Principio de Arquímedes: $F_{empuje} = \rho_f V g$ $\quad V$ = vol objeto