

### Control #1- Pregunta 3

#### Sistemas Newtonianos FI1002-6 - Primavera 2018

Profesor: Claudio Falcon - Auxiliares: Felipe Cubillos, Francisco Silva y Manuel Torres<sup>1</sup>

*Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile*

## Desarrollo:

### Parte a y c:

Realizando el cálculo del torque en el centro del disco (considerando el disco como su versión completa) se tiene el siguiente diagrama de fuerzas:

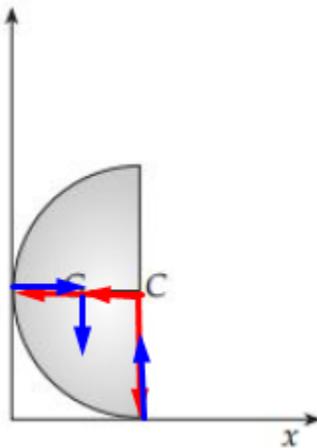


Figura 1: DCL en un tiempo  $t=0$

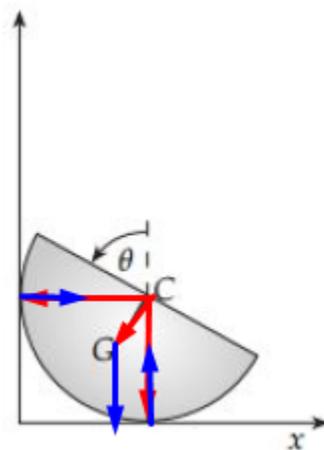


Figura 2: DCL en un tiempo  $t^*$

<sup>1</sup>Dudas y sugerencias al correo: [manuel.torres@ug.uchile.cl](mailto:manuel.torres@ug.uchile.cl)

Se obtiene la ecuación genérica en función de los radios desde el punto hacia las normales, y hacia el centro de masas, quedando:

$$\sum \vec{\tau}_o = r_{N_1} \times \vec{N}_2 + r_{N_2} \times \vec{N}_1 + r_{cm} \times m\vec{g} = I_o \vec{\alpha} \quad (1)$$

Luego, se puede observar que en dicho punto, el torque provocado por ambas normales es nulo, debido a que el ángulo formado entre el radio y la fuerza respectiva es cerrado, por lo que  $\text{sen}(\theta_i) = 0$  en dichos casos, por lo que el término del torque es nulo

$$\sum \vec{\tau}_o = r_{cm} \times m\vec{g} = I_o \vec{\alpha} \quad (2)$$

$$\sum \vec{\tau}_o = r_{cm} m g \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta_o\right) = I_o \alpha \quad (3)$$

$$\sum \vec{\tau}_o = r_{cm} m g \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta_o\right) = I_o \alpha \quad (4)$$

$$\sum \vec{\tau}_o = r_{cm} m g \cos(\theta_o) = I_o \alpha \quad (5)$$

Por otro lado, realizando la suma de fuerzas quedan las siguientes expresiones:

$$\sum F_x = N_1 = m a_{cm,x} \quad (6)$$

$$\sum F_y = N_2 - mg = m a_{cm,y} \quad (7)$$

Luego, cuando se pierde el contacto con la pared, la  $N_1$  será nula, entonces:

$$\sum F_x = N_1 = m a_{cm,x} = 0 \quad (8)$$

Por lo que la única aceleración que tiene el centro de masas está dada por la aceleración del eje y, luego:

$$\alpha r_{cm} = a_{cm,y} \quad (9)$$

Luego, reemplazando la ecuación 9 en la ecuación 7 queda:

$$\sum F_y = N_2 - mg = m r_{cm} \alpha \quad (10)$$

$$\frac{N_2 - mg}{m r_{cm}} = \alpha \quad (11)$$

Ya que luego de recorrer  $\theta_o$ , el cuerpo deja de rodar y se desplaza horizontalmente, se puede afirmar que  $\alpha_o = 0$

$$\alpha = 0 \quad (12)$$

Por lo tanto, de la ecuación 11 se desprende que si  $\alpha_o = 0$ ,  $N_2 = mg$ , por lo tanto no hay aceleración en el eje Y, lo que nos da indicios que no sigue rotando (cuando rota con centro de giro el punto O, el centro de masas tiene aceleración lineal en el eje X y en el eje Y). Volviendo al problema, como la aceleración angular es nula, la ecuación 5 también es nula luego de evaluar  $\alpha_o$

$$\sum \vec{\tau}_o = r_{cm} m g \cos(\theta_o) = 0 \quad (13)$$

Luego, a partir de la ecuación 13 es posible despejar  $\theta_o$

$$\cos(\theta_o) = 0 \quad (14)$$

$$\theta_o = \frac{\pi}{2} \quad (15)$$

Comenzando desde el reposo y colocando la referencia de la energía potencial en la posición inicial del centro de masas, se tiene que:

$$E_i = 0 \quad (16)$$

Luego cuando se desprende, se tiene que la energía mecánica es:

$$E_f = \frac{I_o w_o^2}{2} + mgx_{cm} \quad (17)$$

Luego:

$$0 = \frac{I_o w_o^2}{2} - mg \frac{4R}{3\pi} \quad (18)$$

$$w_o^2 = 2mg \frac{4R}{3\pi I_o} \quad (19)$$

### Parte b:

Como se sabe gracias a las ecuaciones 8 y 11, ambas componentes de la aceleración del centro de masas del cuerpo son nulas, además que por conservación de la energía mecánica se tiene que en el instante cuando llega girando y el instante cuando se traslada, la energía se conserva, por lo tanto:

$$\frac{I_o w_o^2}{2} + mgx_{cm} = \frac{mv_{cm}^2}{2} + mgx_{cm} \quad (20)$$

$$\frac{I_o w_o^2}{2} = \frac{mv_{cm}^2}{2} \quad (21)$$

$$v_{cm}^2 = \frac{I_o w_o^2}{m} \quad (22)$$

Otra forma de verlo, es que al inicio, el sistema comienza desde el reposo con cierta energía mecánica, pero ya que hay un torque dicho sistema comienza a acelerar y pierde energía potencial, ganando energía cinética rotatoria, pero cuando se desprende y deja de rotar, transforma toda la energía cinética rotatoria en energía cinética traslacional.