

# Resumen

## Control 1

**Prof: Claudio Falcon**

Auxiliares: Felipe Cubillos, Francisco Silva, Manuel Torres

Dudas: manuel.torres@ug.uchile.cl

Primavera 2018.

### Unidad 1:-

#### Errores:

- Errores sistemáticos: Se minimiza mejorando las mediciones, es controlable.
- Errores aleatorios: Se minimiza realizando muchas mediciones, NO es controlable, pero al menos es Gaussiano.

#### Probabilidad:

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$
$$\sigma = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - x_0)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

**Propagación de errores** Cuando realizamos operaciones básicas con valores  $x$  de la forma  $x = x_{medio} \pm \delta x$ , podemos entenderlo como si operáramos gaussianas, a continuación se presentan las 4 operaciones básicas.

$$(a \pm \delta a) + (b \pm \delta b) = (a + b) \pm \sqrt{(\delta a)^2 + (\delta b)^2}$$

$$(a \pm \delta a) - (b \pm \delta b) = (a - b) \pm \sqrt{(\delta a)^2 + (\delta b)^2}$$

$$(a \pm \delta a)(b \pm \delta b) = (ab) \pm (ab) \sqrt{\left(\frac{\delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\delta b}{b}\right)^2}$$

$$\frac{(a \pm \delta a)}{(b \pm \delta b)} = \frac{a}{b} \pm \frac{a}{b} \sqrt{\left(\frac{\delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\delta b}{b}\right)^2}$$

#### Error en una función (Taylor):

$$f(a \pm \delta x) = f(a) \pm \frac{\partial f}{\partial x}(a) \delta a$$

## Unidad 2:-

**Método de Verlet** Consiste en la aproximación de la pendiente con una cantidad de puntos discreta, esta aproximación en primer orden puede realizarse con un acercamiento tanto desde la izquierda como desde la derecha.

$$\begin{aligned}\dot{x}_{ti} &= \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta t} \\ \dot{x}_{ti} &= \frac{x_i - x_{i-1}}{\Delta t} \\ \dot{x}_{ti} &= \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{\Delta t} \\ \ddot{x}_{ti} &= \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{\Delta t^2}\end{aligned}$$

## Unidad 3:-

**Centro de masas** En un sistema de N partículas de masa  $m_i$  y posición  $\vec{r}_i$  para cada partícula tendremos que:

$$\begin{aligned}r_{cm}^{\vec{}} &= \frac{\sum \vec{r}_i m_i}{\sum m_i} \\ v_{cm}^{\vec{}} &= \frac{\sum \vec{v}_i m_i}{\sum m_i} \\ a_{cm}^{\vec{}} &= \frac{\sum \vec{a}_i m_i}{\sum m_i}\end{aligned}$$

**Energía** En un sistema de partículas nos encontramos con mas componentes para la energía cinética, éstas son la componente rotacional y la traslacional (la última es conocida desde FI1001).

$$\begin{aligned}K_{tras} &= \frac{1}{2} M v_{cm}^2 \\ K_{rot} &= \frac{1}{2} I \omega^2 \\ K_{total} &= \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \\ U_g &= M g h_{cm}\end{aligned}$$

**Momentum lineal de un sistema de partículas**

$$\vec{P}_t = \sum \vec{v}_i m_i = v_{cm}^{\vec{}} M_t$$

## Unidad 4:-

**Torque:** El torque es un efecto de la fuerza aplicada en un sistema de partículas, y genera rotaciones.

$$\begin{aligned}\vec{T}_i &= \vec{r}_i \times \vec{F}_i \\ \vec{T}_g &= M(\vec{r}_{cm} \times \vec{g}) \\ \sum \vec{T}_i &= \alpha I_0\end{aligned}$$

**Condiciones de equilibrio estático:** Estar en equilibrio hace referencia a que la dinámica no altera el estado del sistema, y estático quiere decir que la cinemática del sistema es nula.

$$\begin{aligned}\vec{v}_{cm} &= 0 \\ \vec{w} &= 0 \\ \sum \vec{F}_i &= 0 \\ \sum \vec{T}_i &= 0\end{aligned}$$

**Inercia** Es la resistencia al movimiento en un sentido espacial (al igual que la masa) ya que ésta depende de la geometría, a continuación se dejan algunos valores que se utilizan con frecuencia.

- Aro-centro:  $MR^2$
- Disco-centro:  $\frac{1}{2}MR^2$
- Disco-diámetro:  $\frac{1}{4}MR^2$
- Barra-centro  $\frac{1}{12}mL^2$
- Barra-extremo  $\frac{1}{3}mL^2$

**Teorema de Steiner** Tiene relación con la relación de la energía cinética rotacional y traslacional, se basa que la inercia depende de la geometría.

$$I_o = I_{cm} + MR^2$$

**Condición de rodadura** No hay deslizamiento

$$\begin{aligned}\Delta x &= R\Delta\theta \\ v &= R\omega \\ a &= R\alpha\end{aligned}$$