Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de física
FI1002 - Sistemas Newtonianos

Auxiliar 4

Sólido rígido - Estática

Prof: Claudio Falcon
Auxiliares: Felipe Cubillos, Francisco Silva, Manuel Torres
Dudas: manuel.torres@ug.uchile.cl
Fecha: 12 de Noviembre, 2018.

Resumen.-

Centro de masas en sistemas discretos En un sistema de N partículas de masa m_i y posición $\vec{r_i}$ para cada partícula tendremos que:

$$\vec{r_{cm}} = \frac{\sum \vec{r_i} m_i}{\sum m_i}$$

$$\vec{v_{cm}} = \frac{\sum \vec{v_i} m_i}{\sum m_i}$$

$$\vec{a_{cm}} = \frac{\sum \vec{a_i} m_i}{\sum m_i}$$

$$\vec{P_t} = \sum \vec{v_i} m_i = \vec{v_{cm}} M_t$$

Energía En un sistema de partículas nos encontramos con mas componentes para la energía cinética, éstas son la componente rotacional y la traslacional (la última es conocida desde FI1001).

$$K_{tras} = \frac{1}{2} M v_{cm}^2$$

$$K_{rot} = \frac{1}{2} I w^2$$

$$K_{total} = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I w^2$$

$$U_g = M g h_{cm}$$

Torque: El torque es un efecto de la fuerza aplicada en un sistema de partículas, y genera rotaciones.

$$\vec{T_i} = \vec{r_i} \times \vec{F_i}$$

$$\vec{T_g} = M(\vec{r_{cm}} \times \vec{g})$$

Condiciones de estática:

$$\vec{v}_{cm} = 0$$
$$\vec{w} = 0$$
$$\sum \vec{F}_i = 0$$
$$\sum \vec{T}_i = 0$$

Problema 1.-

- Encuentre la posición del centro de masas de una lámina de densidad (de masa) uniforme σ y que tiene la forma indicada en la figura adjunta:
- Encuentre la posición del centro de masas de un disco de densidad uniforme σ y espesor despreciable, que además presenta un agujero circular como indica la figura:

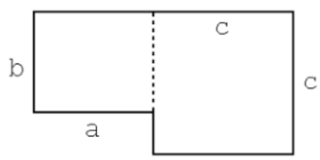

Figura 1: Lámina de densidad uniforme

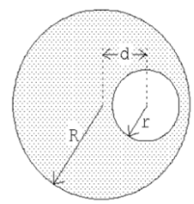

Figura 2: Disco de densidad uniforme

- En cinco de los seis vértices de un hexágono hay una masa m_0, encuentre la posición del centro de masas.

Problema 2.-

Considere una estructura formada por dos barras uniformes de largos a y b, unidas de modo que forman un ángulo recto y que cuelga con hilo desde el cielo (ver figura). Determine el ángulo α de la estructura cuando ella se encuentra en equilibrio.

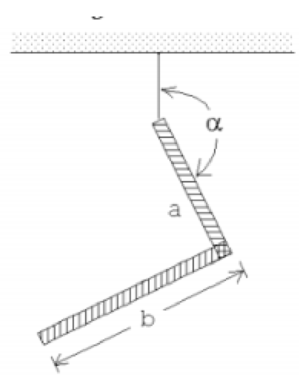

Figura 3: Montaje colgando por un hilo.

Problema 3.-

Se tiene una barra homogénea de masa M y largo L, que se sostiene en un pivote a una distancia L/3 de su extremo izquierdo. Su extremo izquierdo está a una altura a desde el piso, mientras que su extremo derecho está a una altura b, con a > b como se muestra en la figura. En el extremo derecho de la barra se ejerce una fuerza de magnitud F en el sentido vertical.

- Calcule la magnitud F de la fuerza para que la barra esté en equilibrio estático.
- Si se comienza a mover la barra sin variar su inclinación, ¿Cuánto debe desplazarse para que la magnitud de la fuerza ejercida sea F=Mg/2?
- Desde la configuración inicial, piense que ahora la barra no se desplaza pero varía el ángulo de inclinación, calcule el ángulo para que la fuerza sea igual que en la parte b

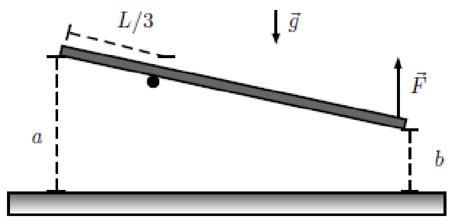

Figura 4: Barra pivoteando en un punto

Problema 4.-

(**Pregunta 2- Control 1, primavera 2016**) Una tabla de longitud L y masa m reposa sobre un cilindro de radio R y masa M, como se muestra en la figura. La distancia horizontal entre el punto de apoyo de la tabla en el suelo y el centro del cilindro es D. Entre el suelo y el cilindro hay un coeficiente de roce estático u1. Entre el suelo y la tabla el coeficiente de roce estático es u2. Entre el cilindro y la tabla no hay roce. ¿Cuáles son los valores mínimos de u1 y u2 para que el sistema esté en equilibrio estático?

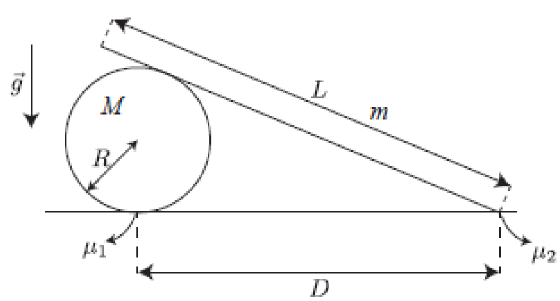

Figura 5: Tabla sobre un cilindro.

Centro de masas en sistemas continuos.-

Consideremos el caso de una distribución continua de masa. Como por ejemplo una lámina.

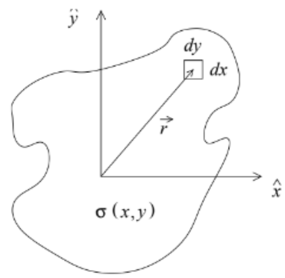

Figura 6: Superficie cualquiera.

Consideremos como se muestra en la figura, una lámina ubicada sobre el plano xy. Dividamos la lámina en N pequenos cuadraditos de ancho dx y alto dy. Si estos cuadraditos (tecnicamente, elementos de superficie) son suficientemente peque nos,entonces deberíamos ser capaces de cubrir toda el área de la lámina con ellos.

Cada elemento de superficie tiene un area $dx \cdot dy$, y por tanto una masa $\sigma(r_i)dxdy$, donde $\sigma(r_i)$ es la densidad superficial de masa en el punto r_i. El centro de masas entonces se calcula como:

$$\vec{r_{cm}} = \frac{\sum \vec{r_i}\sigma(r_i)dxdy}{\sum \sigma(r_i)dxdy}$$

En el límite en que los elementos de superficie son infinitamente pequeños, la suma discreta sobre i se convierte en una integral sobre la variable continua $\vec{r}$. $\vec{r}$ recorre todos los puntos del espacio necesarios para cubrir toda la lámina, y podemos por tanto escribir:

$$\vec{r_{cm}} = \frac{\int \vec{r_i}\sigma(r_i)dxdy}{\int \sigma(r_i)dxdy} = \frac{1}{M_t}\int \vec{r_i}\sigma(r_i)dxdy$$

Problema 5.-

Encuentre analíticamente el centro de masas de una lámina semicircular de radio R, con densidad superficial uniforme σ_o.
`Hint`: Utilice rectángulos que cubran la superficie para realizar una suma de centros de masas.

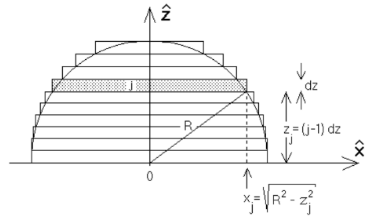

Figura 7: Semicírculo.

Problema 6.-

Un resorte de constante elástica k se une a un disco de masa M y radio R mediante una cuerda ideal. El otro extremo del resorte está unido a una pared fija. La cuerda se enrolla en el borde del disco. En su condición inicial, el resorte está elongagado una distancia D y el sistema se suelta desde el reposo. A medida que el resorte se recupera hacia su largo natural, la cuerda se va desenrollando y en consecuencia el disco va girando.

Determine la velocidad angular del disco cuando el resorte alcanza su largo natural.

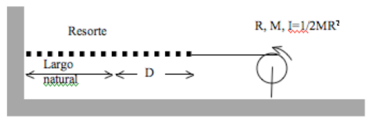

Figura 8: Disco que se desenrolla.