

# Auxiliar 1

Cálculo de error y método de Verlet

**Prof: Claudio Falcon**

Auxiliares: Felipe Cubillos, Francisco Silva, Manuel Torres

Dudas: manuel.torres@ug.uchile.cl

Fecha: 21 de Septiembre, 2018.

## Resumen.-

**Propagación de errores** Cuando realizamos operaciones básicas con valores  $x$  de la forma  $x = x_{medio} \pm \delta x$ , podemos entenderlo como si operáramos gaussianas, a continuación se presentan las 4 operaciones básicas. (Usando norma 2).

$$(a \pm \delta a) + (b \pm \delta b) = (a + b) \pm (\delta a^2 + \delta b^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$(a \pm \delta a) - (b \pm \delta b) = (a - b) \pm (\delta a^2 + \delta b^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$(a \pm \delta a)(b \pm \delta b) = (ab) \pm (ab) \sqrt{\left(\frac{\delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\delta b}{b}\right)^2}$$

$$\frac{(a \pm \delta a)}{(b \pm \delta b)} = \frac{a}{b} \pm \frac{a}{b} \sqrt{\left(\frac{\delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\delta b}{b}\right)^2}$$

**Método de Verlet** Consiste en la aproximación de la pendiente con una cantidad de puntos discreta, esta aproximación en primer orden puede realizarse con un acercamiento tanto desde la izquierda como desde la derecha.

$$\dot{x}_{ti} = \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta t}$$

$$\dot{x}_{ti} = \frac{x_i - x_{i-1}}{\Delta t}$$

$$\dot{x}_{ti} = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{\Delta t}$$

$$\ddot{x}_{ti} = \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{\Delta t^2}$$

## Problema 1.-

Calcule el error en los siguientes problemas:

- Dos resistencias cuyos valores de referencia son  $R_1 = 2 \pm 0,3\Omega$  y  $R_2 = 10 \pm 0, \Omega$  son puestas en serie en un circuito. ¿Cuál es la resistencia equivalente y su error asociado?

- Una puerta tiene altura  $H = 2,00 \pm 0,03m$ . La puerta tiene una perilla ubicada a una altura  $h = 0,88 \pm 0,04m$  (desde la base de la puerta). ¿Cuál es la distancia desde la perilla de la puerta hasta la parte más alta?
- Un pájaro vuela una distancia  $d = 120 \pm 3m$  en un tiempo  $t = 20,0 \pm 1,2s$  ¿Cuál es la velocidad media del pájaro?
- En la caída libre de un objeto se ha medido un tiempo  $t = 5 \pm 0,1s$ . Se sabe que en ese lugar el valor de  $g$  es  $9,87m/s^2$  ¿Cuál es la distancia recorrida por ese objeto?

### Problema 2.-

Determine si falta información relevante o hay algún error evidente para cada una de las siguientes expresiones que involucran alguna cantidad física:

- La tensión de corte medida es  $T = 32,131 \pm 2,2$
- La velocidad medida es  $23,123212 \pm 0,210234[m/s^2]$
- Se determinó un peso igual a  $0,3212 \pm 0,031[kg]$

### Pregunta 3.-

Se desea predecir el movimiento de la tierra en torno al sol, para ello se sabe que en ese caso la fuerza que actúa sobre la tierra es:

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^3} \vec{r}$$

Utilice el método de Verlet para resolver las ecuaciones diferenciales (acopladas) que se desprenden de la ecuación dada. Considere los valores de las constantes conocidos con  $G=M=1$ . Además considere como condición inicial para la posición  $x_0 = 1$  e  $y_0 = 0$ , y para la velocidad  $v_{x0} = 0$  y  $v_{y0} = 0,5$ . (Pruebe también  $v_{0y} = 1$  y  $2$ ).

Hint: Utilice el principio de superposición.

