Aux 8

P1) DCL  $\Rightarrow$ 

Escribimos $F = ma$:

$$m\ddot{x} = F_e + F_R$$

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0,$$ escribiendo $\frac{1}{\tau} = \frac{b}{m}$ y $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

luego, $x(t) = Ae^{-\frac{t}{2\tau}}\cos(\Omega t + \varphi)$, $\Omega^2 = \omega_0^2 - \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2$

a) Por el análisis anterior, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2{,}5}{0{,}5}}$

$$= \sqrt{5} \text{ rad/s}$$

b) La amplitud en $t = 3$ s es $A(t=3) = A_0 e^{-\frac{t}{2\tau}}$

$$= A_0 e^{-\frac{3}{2\tau}}$$

luego, como $A(t=3) = 7\,cm$ y $A_0 = 15\,cm$,

$$7 = 15 e^{-\frac{3}{2\tau}}$$

$$\Rightarrow e^{-\frac{3}{2\tau}} = \left(\frac{7}{15}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2\tau} = \ln\left(\frac{15}{7}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{2}{3}\ln\left(\frac{15}{7}\right), \text{ como } \frac{1}{\tau} = \frac{b}{m} \Rightarrow b = \frac{m}{\tau}$$

$$b = \frac{2m}{3}\ln\left(\frac{15}{7}\right) = \frac{1}{3}\ln\left(\frac{15}{7}\right) \simeq 0{,}25\,kg/s$$

c) El cuerpo oscila con frecuencia Ω tq

$$\Omega^2 = \omega_0^2 - \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2 = \frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2} \simeq 5 - \frac{0{,}25^2}{1}$$

$$\simeq 4{,}94\,rad^2/s^2$$

$$\Omega \simeq \sqrt{4{,}94}\,rad/s$$

$$\simeq 2{,}22\,rad/s$$

d) $A(t=t^*) = 1{,}5\,cm$

$$15 e^{-\frac{t^*}{2\tau}} = 1{,}5$$

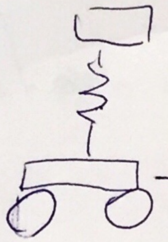
$$\frac{t^*}{2\tau} = \ln 10$$

$$\Rightarrow t^* = 2\tau\ln(10) = 2\frac{m}{b}\cdot\ln(10) \simeq 9{,}21\,s$$

e) $T = \frac{2\pi}{\Omega} \simeq 2{,}83$

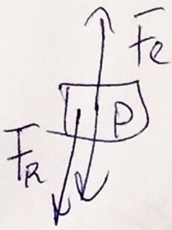
Aux 8

P2)



$\to y_c = y_0 \sin\left(\frac{2\pi}{L_x} x\right)$

DCL)



$$\Rightarrow m\ddot{y} = -k(y - l_0 - y_c) - b\dot{y} - mg$$

$$\ddot{y} + \frac{k}{m} y + \frac{b}{m}\dot{y} = \frac{k}{m}(y_c + l_0) - g$$

$$\ddot{y} + \frac{b}{m}\dot{y} + \frac{k}{m} y = \frac{k}{m}(y_c + l_0) - g$$

~~Buscamos llevarlo a una~~

$$\cancel{\Rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{b}{m} \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad \ddot{y} + \frac{1}{\tau}\dot{y} + \omega_0^2 y = \frac{k}{m}(y_c + l_0) - g}$$

Como la camioneta se mueve a velocidad horizontal v constante, $x(t) = vt$

$$\Rightarrow y_c = y_0 \sin\left(\frac{2\pi}{L_x} x\right) = y_0 \sin\Big(\underbrace{\frac{2\pi}{L_x} \cdot v}_{\omega}\, t\Big)$$

$\Rightarrow$ ~~la~~ frecuencia de forzamiento $\omega = \frac{2\pi}{L_x} \cdot v$

Tenemos una ecuación: $\ddot{y} + \frac{1}{\tau}\dot{y} + \omega_0^2 y = \omega_0^2(y_c + l_0) - g$

y buscamos algo de la forma:

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega_0^2 x = \cancel{a} f \sin \omega t$$

~~Rea~~

Podemos reescribir la ec. como:

$$\ddot{y} + \frac{1}{\tau}\dot{y} + \omega_0^2 (y - l_0 + g) = \omega_0^2 y_c$$

Luego si $\bar{y} = y - l_0 + g$

$$\dot{\bar{y}} = \dot{y}, \quad \ddot{\bar{y}} = \ddot{y}$$

$$\Rightarrow \ddot{\bar{y}} + \frac{1}{\tau}\dot{\bar{y}} + \omega_0^2 \bar{y} = \omega_0^2 y_0 \sin\left(\frac{2\pi v}{L_x} t\right)$$

~~Ah~~ La amplitud de $\ddot{\bar{y}}$ es $\bar{A} = \dfrac{\omega_0^2 y_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2}}$

Es máximo para $\omega = \omega_0$

y $\bar{A}(\omega = \omega_0) = \dfrac{\omega_0^2 y_0}{\frac{\omega}{\tau}} = \dfrac{\omega_0^2}{\omega} \cdot y_0 \cdot \tau$

A mayor τ, mayor amplitud en resonancia.