# Compilado de Ejercicios C1

Auxiliares: Martín Bataille, M. Ignacia Reveco, Lucas González,Alexis Gonzalez

*5 de noviembre 2018*

**P1. [Propagación de errores]** Un péndulo simple se usa para medir la aceleración de gravedad, usando:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{1}$$

El periodo medido es $T = 1,51 \pm 0,03[s]$ y la longitud, $L = 56,7 \pm 0,2[cm]$. ¿Cuál es el valor resultante de $g$ y su error absoluto y relativo?

**P2. [Métodos Numéricos]** Considere una partícula de masa $m$ que se mueve en una dimensión sometida a una fuerza $F$. Una manera alternativa de expresar la segunda ley de Newton para la partícula es escribir el par de ecuaciones para la posición $x$ y velocidad $v$,

$$\dot{x} = v\dot{v} = F/m \tag{2}$$

Se pide que escriba un algoritmo de Verlet para encontrar de manera iterativa la posición y la velocidad de la partícula a partir de una posición y velocidad inicial ($x_0$, $v_0$, respectivamente), suponiendo que la fuerza depende de la posición de la partícula, $F = F(x)$. Se sugieren los siguientes pasos:

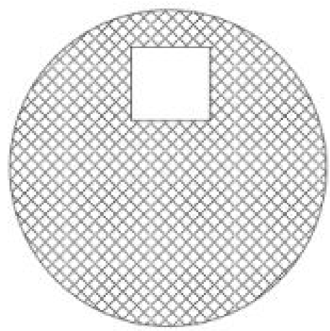
*a*) Utilice la derivada discreta centrada para escribir la recurrencia para la posición de la partícula en los instantes de tiempo pares usando velocidades en tiempos impares. Es decir, escriba $x_{2(i+1)}$ a partir de $x_{2i}$ y $v_{2i+1}$.

*b*) Utilice la derivada discreta centrada para escribir la recurrencia que permite encontrar la velocidad en los instantes de tiempo impares usando posiciones en tiempos pares. Es decir, escriba $v_{2i+1}$ a partir de $v_{2i-1}$ y $x_{2i}$.

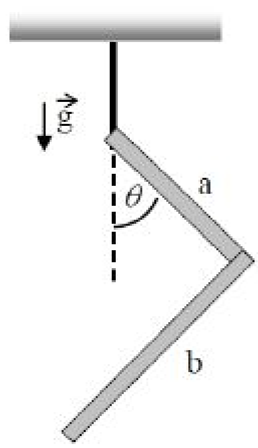
*c*) A partir de las condiciones iniciales $x_0$ y $v_0$, explique cómo inicializar las relaciones de recurrencia encontradas.

*d*) Se sabe que al soltar una partícula de masa $m$ unida a un resorte de constante elástica $k$ desde el reposo con el resorte estirado en una longitud $x_0$, entonces la partícula realiza oscilaciones con respecto a su posición de equilibrio con un período $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ y amplitud $x_0$. La solución exacta es $x(t) = x_0 cos(\sqrt{k/mt})$. Utilice el algoritmo de Verlet desarrollado en las partes anteriores para encontrar la trayectoria de la partícula. Considere los valores $m = 1kg$, $k = 1N/m$, $x_0 = 1m$ y $v_0 = 0$. Indique un valor del paso de tiempo suficientemente pequeño para que el resultado de las iteraciones sea preciso y un valor del paso de tiempo suficientemente grande como para que el resultado no corresponda con el movimiento real de la partícula. Justifique la elección de estos valores. Realice tres iteraciones con ambos pasos de tiempo de manera de obtener $x_6$ y $v_7$.

**P3. [Sistemas Extendidos]** En la figura se muestra un círculo uniforme de radio $R$ con una perforación cuadrada como se indica. La longitud de cada lado del cuadrado es $b$ y su centro dista $R/2$ del centro del círculo. Determine la ubicación del centro de masas del círculo perforado.



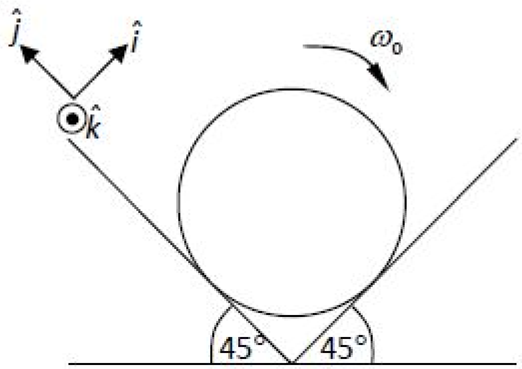
**P4. [Sólidos Rígidos - Estática]** Considere una escuadra formada por dos barras uniformes de igual densidad de masa $\rho$, y de largos $a$ y $b$ respectivamente, unidas de modo que forman un ángulo recto y que cuelga con un hilo desde el cielo. Las longitudes de la escuadra satisfacen la relación $b^2 = a^2 + 2ab$. Determine el ángulo $\theta$ que forma la estructura con la vertical cuando se encuentra en equilibrio



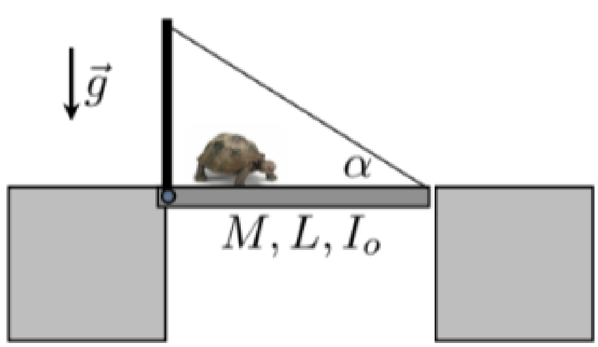
**P5. [Sólidos Rígidos - Torque y Momento Angular]** Una esfera de radio $R$, masa $M$ y momento de inercia $I = 2MR^2/5$ está apoyada sobre una cuña recta rugosa, caracterizada por un coeficiente de roce dinámico $\mu_d$. En el instante inicial, a la esfera se le da una velocidad angular $\omega_0$ en la dirección que indica la figura.

*a*) Determine la magnitud de todas las fuerzas externas que actúan sobre la esfera.

*b*) Calcule cuánto tiempo tarda en detenerse la esfera debido al roce.




**P6. [Sólidos Rígidos - Energía]** Sabrina Spellman, en busca de nuevas maneras de derrotar al señor oscuro y así liberar a las brujas del patriarcado, diseña el siguiente método. Se trata de un puente colgante de longitud $L$, masa $M$ y momento de inercia $I_0$ con respecto al pivote. El cable del puente colgante forma un ángulo $\alpha$ con la horizontal y está encantado para que se corte cuando Sabrina lo desee. Una valiente tortuga mágica de masa $m$ se ofrece como voluntaria para activar el mecanismo: debe cruzar el puente colgante, cuando la tortuga llegue al extremo, la cuerda se cortará, el puente comenzará a rotar y chocará con el muro vertical. Sabrina tiene planeado que el señor oscuro se recueste contra el muro vertical, debajo del pivote del puente, y cuando menos lo espere, la tortuga cruzará el puente, activará el mecanismo, y así derrotará al señor oscuro. El objetivo de este problema es determinar la mejor estrategia para derrotarlo.



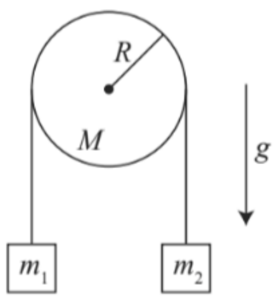
*a*) Imagine el caso en que la tortuga llega al extremo y se agarra fuertemente del extremo del puente de manera que el puente y la tortuga caen rotando en torno al pivote. Calcule la velocidad con que la tortuga choca con el señor oscuro.

*b*) Imagine ahora que Sabrina se distrae y la cuerda se corta después de que la tortuga cruce el puente de manera que el puente cae rotando solo en torno al pivote.

*c*) Compare las dos velocidades asumiendo $I_0 = ML^2/3$. ¿Es necesario que la tortuga se sacrifique y caiga con el puente?

*d*) Gracias a un hechizo de adivinanza, Sabrina sabe que el puente debe golpear al señor oscuro con una velocidad de $v = 15{,}7 \pm 0{,}2$ m/s para que se desmaye. Si Sabrina utiliza la segunda estrategia (el puente cae sin la tortuga), determine el largo del puente para que el señor oscuro se desmaye con un 95 % de certeza. *Nota:* Recuerda que en un 95 % de los casos, los valores se encuentran en $[x - 2\sigma, x + 2\sigma]$.

**P7. [Sólidos Rígidos - Torque y Momento Angular]** En la figura se muestra una polea de masa $M = 5$ kg y de radio $R = 50$ cm de la que cuelgan dos masas $m_1 = 35$ kg y $m_2 = 25$ kg. Una marca en la polea permite medir su rotación en función del tempo. El sistema se suelta del reposo y se mide el ángulo que ha rotado la polea ($\phi$) en función del tiempo ($t$), registrándose los datos en la tabla adjunta.




| $t$ (s) | $\phi$ (rad) |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 0.2 | 0.06 |
| 0.4 | 0.25 |
| 0.6 | 0.57 |
| 0.8 | 1.03 |
| 1.0 | 1.57 |

*a*) Determine teóricamente la aceleración angular de la polea.

*b*) Grafique el ángulo $\phi$ en función de $t^2$ y determine la aceleración angular de la polea. Estime el error de esta medición. *Nota:* Puede ocupar excel o matlab para realizar el gráfico.

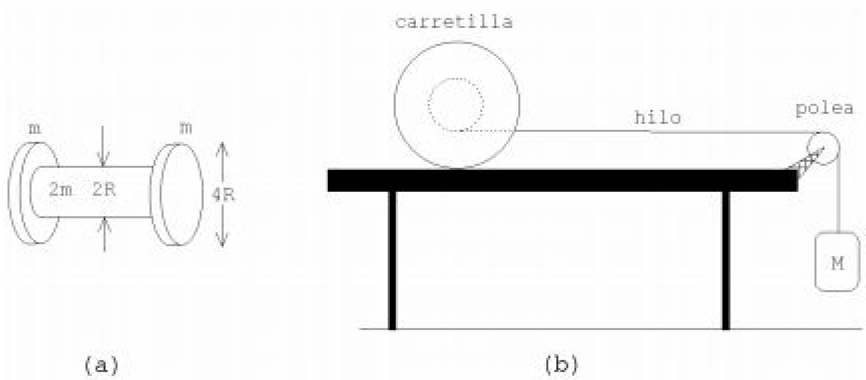
*c*) A partir de la aceleración angular medida encuentre el momento de ineria de la polea. Compare este valor con el momento de inercia de un disco de radio $R$ y masa $M$. Analice el resultado, en particular comente sobre posibles fuentes de error en el proceso de medición.

**P8. [Sólidos Rígidos - Rodadura]** Una carretilla de hilo, formada de dos discos y un cilindro de las dimensiones indicadas en la figura, se tira del hilo que tiene enrollado en la configuración mostrada en la figura. La carretilla rueda sin resbalar.

*a*) Determine el momento de inercia de la carretilla con respecto a su centro.

*b*) Determine el momento de inercia de la carretilla con respecto al punto de contacto con el plano horizontal.

*c*) Encuentre la aceleración de la carretilla de hilo.

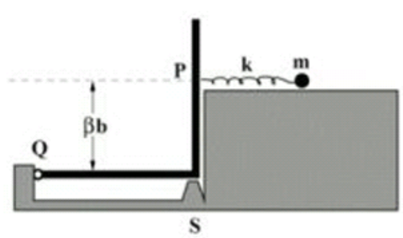



**P9. [Torque]**

Una bolita de masa $m$ se une en $P$ a la barra en forma de L mediante un resorte horizontal de constante elástica $k$. La barra es de masa m y sus brazos son de longitud $b$ unidos rígidamente en un ángulo recto. El punto $P$ dista en $\beta b$ del vértice de la barra. La barra tiene tiene la posibilidad de rotar libremente en torno al punto $Q$. El tramo horizontal de la barra se apoya sin adherirse en $S$. La bolita se suelta desde el reposo luego de estirar el resorte a una distancia $D$.

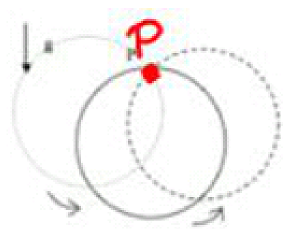
*a*) Determine la fuerza normal ejercida por el descanso $S$ sobre la barra en función de la posición $x$ de la bolita medida con respecto a su posición de equilibrio. Grafique $N$ en función del tiempo e identifique sus valores extremos.

*b*) Determine el estiramiento inicial maximo del resorte tal que la barra nunca pierda contacto con $S$ (Suponga que el resorte es lo suficientemente largo para que la bolita no choque con el tramo vertical de la barra) Analice e interprete su caso para $\beta \longrightarrow 0$ INDICACIÓN : Use $x$ de la forma $x(t) = D \cos \omega t$ con $\omega = \frac{k}{m}$



**P10. [Energía]**

Un aro uniforme de masa $M$ y radio $R$ puede girar libremente en torno a un eje sin fricción que pasa por un punto de su borde ($P$). Inicialmente el aro está con su centro de masa en su posición más baja y se le golpea de manera que su centro de masa adquiere instantáneamente una rapidez $v_0$ hacia la derecha. Determine el mínimo valor de $v_0$ para que el aro vuelva a pasar por su posición más baja desde la izquierda. Recuerde que el momento de inercia de un aro con respecto a su centro de masa es $I_{CM} = MR^2$



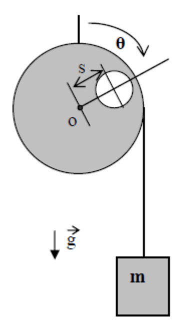

**P11. [Momento de inercia, centro de masa y torque]**

Se tiene una polea cilíndrica, que puede girar en torno a $O$, de radio $r_1$, densidad uniforme y masa $M$ a la cual se le hace un agujero redondo de radio $r_2$, con $2r_2 < r_1$. El centro del agujero se encuentra a una distancia $s$ del centro de la polea, donde $s$ es desconocida. Se determina experimentalmente la aceleración angular $\alpha_{exp}$ de la polea al enrollarle un hilo ideal unido a un bloque de masa $m$ dada, resultando, después de hacer un ajuste, $\alpha_{exp} = A - B\sin\theta$. Determine:

*a*) La masa del disco con el agujero, $M'$, en función de $r_1, r_2$ y $M$.

*b*) el momento de inercia de la polea y su centro de masas teórico en función de $s$.

*c*) la distancia $s$ en base a los parámetros experimentales, $A$ o $B$.



**P12. [Momento angular, momento de inercia y torque]**

Una barra rígida ideal sin masa de largo $L = a + b$ puede girar en un plano vertical en torno a un punto fijo $O$ que separa a la barra en un brazo de largo $a$ y otro de largo $b$. En los extremos de la barra hay partículas de masas $m_1$ y $m_2$. Determine momento angular, momento de inercia y torque con respecto a $O$.