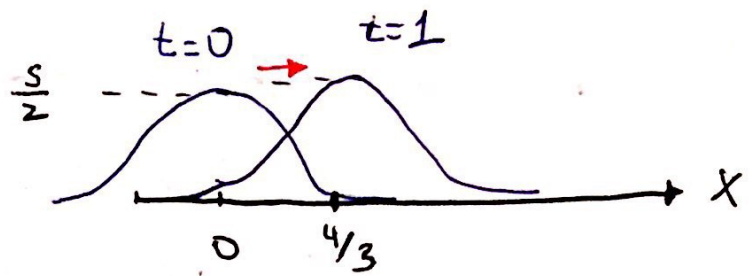
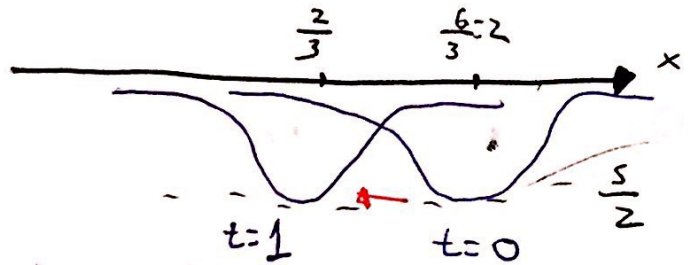


Pauta Aux 9

P1) a) $y_1 = \frac{5}{(3x - 4t)^2 + 2}$



$y_2 = -\frac{5}{(3x + 4t - 6)^2 + 2}$



Por lo que notamos que y_1 viaja en direccin positiva y que y_2 viaja en direccin negativa

b) Por principio de superposicin, queremos que

$$y_1(x, t) + y_2(x, t) = 0$$

$$\frac{5}{(3x - 4t)^2 + 2} = \frac{5}{(3x + 4t - 6)^2 + 2}$$

$$(3x + 4t - 6)^2 + 2 = (3x - 4t)^2 + 2 \quad \sqrt{\quad}$$

elegiendo el +

$$3x + 4t - 6 = \pm(3x - 4t) \quad (1)$$

$$3x + 4t - 6 = 3x - 4t$$

$$8t = 6$$

$$t_0 = \frac{3}{4} \cdot 5$$

elegiendo
ahora
el $\ominus$

(1)

$$3x + 4t_0 - 6 = -3x + 4t_0$$

$$6x = 6$$

$$\boxed{x = 1 \text{ m}}$$

P2)

$$y(x, t) = 4 \sin(2x - 3t)$$

a) Ecuación de ondas $\frac{d^2}{dt^2} y(x, t) = c^2 \frac{d^2}{dx^2} y(x, t)$

$$\frac{dy}{dt} = (-3)(4 \cos(2x - 3t))$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = (-3)^2 (-4 \sin(2x - 3t)) = -36 \sin(2x - 3t)$$

$$\frac{dy}{dx} = (2)(4 \cos(2x - 3t))$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = (4)(-4 \sin(2x - 3t)) = -16 \sin(2x - 3t)$$

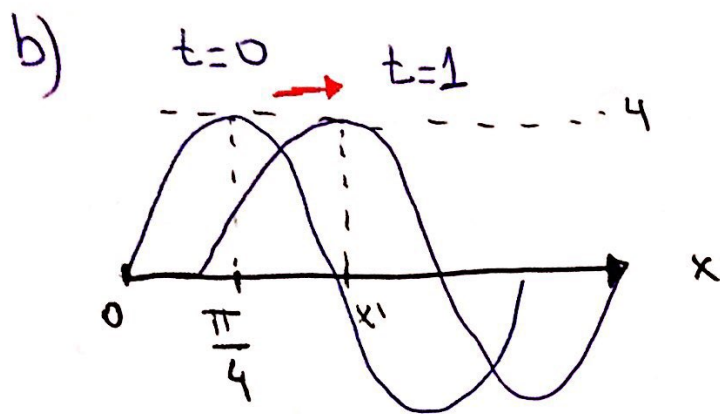
$$\frac{d^2}{dt^2} y(x, t) = c^2 \frac{d^2}{dx^2} y(x, t)$$

$$-36 \sin(2x - 3t) = c^2 (-16 \sin(2x - 3t))$$

$$c^2 = \frac{36}{16}$$

$$c = \pm \sqrt{\frac{36}{16}} = \pm \frac{6}{4} = \pm \frac{3}{2} \text{ m/s}$$

velocidad de
propagación
($\rightarrow$)



en $t=1$

$$2x - 3 \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2} \quad (\text{máximo})$$

$$x' = \frac{\frac{\pi}{2} + 3}{2} > \frac{\pi}{4}$$

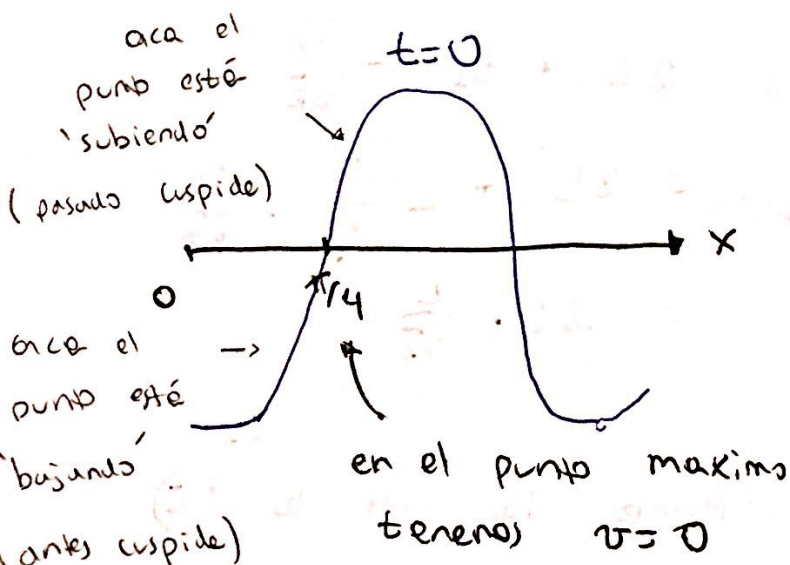
La onda se propaga en sentido positivo

c) Velocidad de la cuerda?

Derivamos nuestra solución! (Muy importante que sea con respecto a t)

$$v(x, t) = \frac{d}{dt} y(x, t)$$

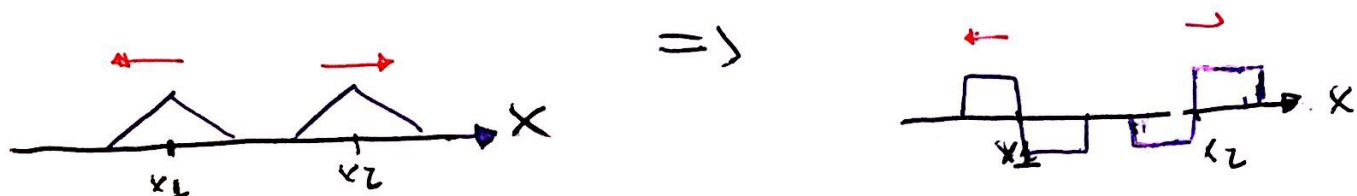
$$= (-3) (4 \cos(2x - 3t)) = -12 \cos(2x - 3t)$$



* el signo de la velocidad indica si nuestro punto (en un determinado t) está subiendo (signo +) ó bajando (signo -).

En este caso nuestra ecuación de onda y velocidad de onda tienen forma parecida por ser trigonométricas.

Pero si fuéramos una onda del estilo



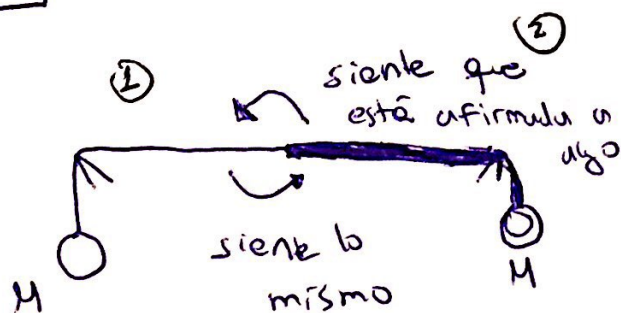
Volviendo al problema, $v(x,t) = -12 \cos(2x - 3t)$

Como $-1 \leq \cos(2x - 3t) \leq 1$

$v(x,t)$ es máximo cuando $\cos(2x - 3t) = -1$

$\Rightarrow v_{\max} = -12 \text{ m/s}$ (pto máximo en gráfico de página anterior)

P3 Miraremos las cuerdas por separado.



en (1): $T_1 - Mg = 0$

$$T_1 = Mg$$

Por enunciado $P_1 = R$

$$\Rightarrow c_1 = \sqrt{\frac{T_1}{P_1}} = \sqrt{\frac{Mg}{R}}$$

en (2) $T_z - \mu g = 0$
 $T_z = \mu g$

$P_z = 2R$

$c_z = \sqrt{\frac{\mu g}{2R}}$

notamos que $c_1 > c_z$

(1) Se propaga más rápido $\Rightarrow$ llega primero al 'cambio de cuerda' $x = L$.

Calculamos t_1 , tiempo en que llegue al cambio de cuerda:

$\underbrace{x_0}_0 + t_1 c_1 = L \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{L}{c_1} = L \sqrt{\frac{R}{\mu g}}$

En ese mismo tiempo, la onda en (2) se encuentra en

$x_0 + t_1 (-c_z) = 2L + t_1 \cdot -\sqrt{\frac{\mu g}{2R}}$
 $\underbrace{\quad}_{\text{se propaga en sentido contrario}}$
 $= 2L - L \sqrt{\frac{R}{\mu g}} \cdot \sqrt{\frac{\mu g}{2R}}$
 $= 2L - \frac{L}{\sqrt{2}}$

A partir de ese instante la onda de (1) se empieza a propagar con velocidad c_z ya que cambia de medio

Sumamos t_f , instante donde se encuentran

$$\frac{L}{x_0} + t_f c_2 = \frac{2L - \frac{L}{\sqrt{2}}}{x_0} - t_f c_2$$

$$t_f = \frac{L(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})}{2c_2} = \frac{L(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})}{2} \cdot \sqrt{\frac{2R}{Mg}}$$

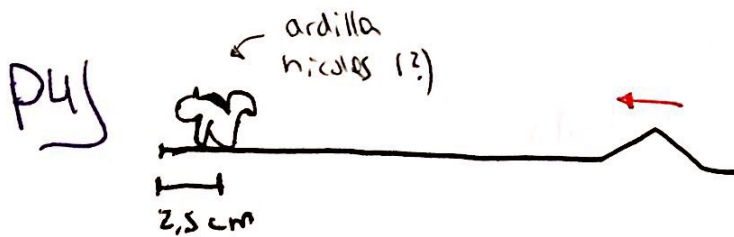
Por ende, las ondas se encuentran en el punto

Punto encuentro $\rightarrow P_e = L + t_f \cdot c_2$

$$= L + \frac{L}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \sqrt{\frac{2R}{Mg}} \cdot \sqrt{\frac{Mg}{2R}}$$

$$= \frac{L}{2} \left(3 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\approx 1,14 L$$



Si ardilla Nicolás se mueve a 2,5 cm/s y este a 2,5 cm del extremo, se demora 1 s en llegar

Como $c = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$

En este caso $Mg - T = 0$

$$T = Mg$$

$$= \dots \cdot 9,8$$

$$= 9,8 \text{ [N]}$$

Para sacar densidad ocupamos que

$$\rho = \frac{\text{Masa}}{\text{Largo}} = \frac{0,25}{25} = 0,01 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}} \right]$$

Como el pulso se genera a 5 m del extremo
Sacamos t^a , tiempo que se demora en recorrer toda
la cuerda

$$0 = x_0 - v \cdot t^a \quad v = c = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{90}{0,01}} \approx 94,7 \text{ m/s}$$

$$0 = (25 - 5) - 94,7 \cdot t^a$$

$$t^a = \frac{20}{94,7} \approx 0,21 \text{ (s)}$$

$\Rightarrow$ Nicolás sale volando

Animo con el estudio!