

## AUXILIAR #8. Pre C3

Para la resolución de esta auxiliar se buscará una forma rápida y concisa de resolver los problemas, así que se identificarán los fenómenos y luego las variables de interés, para finalmente resolver algebraicamente.

1 • choque elástico  
⇒ conservación momento  
⇒ conservación energía.

Antes del choque:

m | momento:  $m \cdot u$

energía:  $\frac{1}{2} m u^2 + m g (2R)$

M | momento:  $M \cdot 0 = 0$

energía: 0.

Después del choque:

m | momento:  $-m \cdot v$

energía:  $= \frac{1}{2} m v^2$

M | momento:  $= M \cdot V$

energía:  $= \frac{1}{2} M V^2$

Usando ahora el concepto de sistema, se tiene que el sistema de partículas conserva momento y energía, por lo que se tiene

Conservación Momento:

$$m \cdot u = -m \cdot v + M \cdot V$$

Conservación Energía:

$$\frac{1}{2} m u^2 + m g 2R = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} M V^2$$

De lo anterior se tienen 2 ecuaciones y 2 incógnitas, de manera que se puede resolver como sigue.

$$m(u + v) = M V$$

$$\Rightarrow M = \frac{m(u + v)}{V}$$

$$\frac{1}{2} m(u^2 - v^2) = \frac{1}{2} M V^2 - m g 2R$$

$$\frac{1}{2} m(u^2 - v^2) = \frac{1}{2} m(u + v) V - m g 2R$$

$$\Rightarrow \frac{4gR + u^2 - v^2}{u + v} = V$$

$$\Rightarrow M = \frac{m(u + v) \cdot (u + v)}{4gR + u^2 - v^2}$$

$$M = \frac{m(u + v)^2}{4gR + u^2 - v^2}$$

2.- Conservación Energía + Trabajo roce

(a)  $[E_i + W_r = E_f]$  (\*)

$E_i: mgl \sin \alpha$

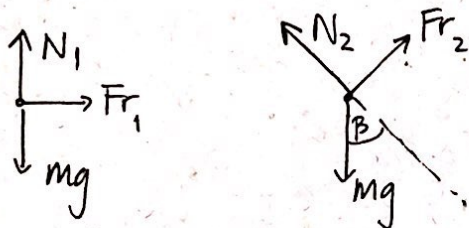
$E_f: mgl \sin \beta$

$W_r: \vec{F}_r \cdot \vec{d} = W_{r_1} + W_{r_2}$

$W_{r_1}: \vec{F}_{r_1} \cdot \vec{d} = -\mu_1 mgl$

$W_{r_2}: \vec{F}_{r_2} \cdot \vec{l} = -\mu_2 mg \cos \beta \cdot l$

DCL: para calcular  $\vec{F}_{r_1}$  y  $\vec{F}_{r_2}$



$\Rightarrow F_{r_1} = \mu_1 \cdot N_1$   
 $= \mu_1 \cdot mg$

$F_{r_2} = \mu_2 \cdot N_2$   
 $= \mu_2 \cdot mg \cos \beta$

Imponiendo fórmula (\*) considerando lo anterior se tiene:

$mgl \sin \alpha - mg(\mu_1 d + \mu_2 \cos \beta \cdot l) = mgl \sin \beta$

$L \sin \alpha - (\mu_1 d + \mu_2 \cos \beta \cdot l) = l \sin \beta$

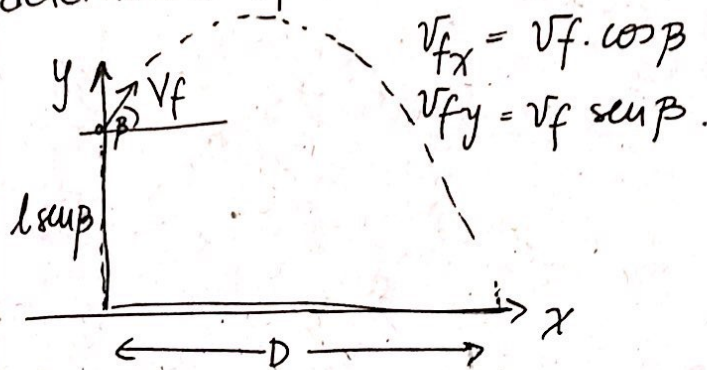
Considera igualdad:  $1 = \sin^2 \beta + \cos^2 \beta$

$\frac{L \sin \alpha - \mu_1 d}{l} = \sin \beta + \mu_2 \cdot \cos \beta$

$\frac{L \sin \alpha - \mu_1 d}{l} = \sin \beta + \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$

$\hookrightarrow$  está despejado  $\beta$  //

(b) Hay que calcular  $V_0$ . Se usa cinemática en 2D con el fin de determinar  $V_f$ .



$x(t) = 0 + v_f \cos \beta \cdot t$

$y(t) = l_{sup} + v_f \sin \beta \cdot t - \frac{gt^2}{2}$

$t^*$  = instante que llega al suelo.

$D = v_f \cos \beta \cdot t^*$

$\Rightarrow v_f = \frac{D}{\cos \beta \cdot t^*}$  (\*)

$0 = \frac{gt^{*2}}{2} - v_f \sin \beta \cdot t^* - l_{sup}$

$t^* = \frac{v_f \sin \beta \pm \sqrt{v_f^2 \sin^2 \beta + 2gl \sin \beta}}{g}$

reemplazo  $t^*$  en (\*) se tiene que

$v_f = \frac{Dg}{\cos \beta (v_f \sin \beta + \sqrt{v_f^2 \sin^2 \beta + 2gl \sin \beta})}$

$\hookrightarrow$  se tiene  $v_f$  //

$\rightarrow$  Notar que como la expresión es larga pero independiente se considera conocida.

$\Rightarrow$  Revisando parte (a) se tiene:

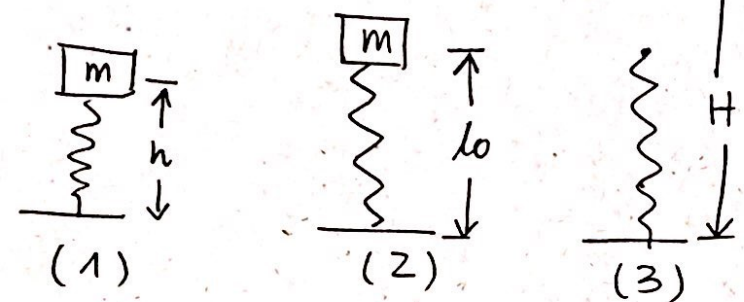
$mgl(\sin \alpha - \mu_1 d - \mu_2 \cos \beta \cdot l) = m \left( gl \sin \beta + \frac{v_f^2}{2} \frac{v_0^2}{2} \right)$

$v_0 = \sqrt{\left[ g(l \sin \beta - L \sin \alpha + \mu_1 d + \mu_2 \cos \beta \cdot l) + \frac{v_f^2}{2} \right] 2}$

3: Transformación y conservación de la Energía.

(a) Notar que como no existen fuerzas no conservativas se tiene que la energía se conserva para todo instante

$$E_1 = E_2 = E_3$$



$$E_1 = \frac{1}{2} k \cdot (h - l_0)^2 + mgh$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mg l_0$$

$$E_3 = mgH$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\left[ \frac{1}{2} k (h - l_0)^2 + mgh - mg l_0 \right] \frac{2}{m}}$$

$$\Rightarrow H = \left( \frac{1}{2} k (h - l_0)^2 + mgh \right) \frac{1}{mg}$$

(b) Como hay conservación de energía notar que se logra la misma compresión y se obtiene igual rapidez y por tanto velocidad de signo cambiado.

4: Choque inelástico y conservación de energía post colisión con  $W_r$

$$\Rightarrow -V_0 \cdot M = V(M + 3M)$$

$$\Rightarrow \frac{-V_0 M}{4M} = V = \frac{-V_0}{4}$$

$$E_i (\text{post choque}) = \frac{1}{2} (4M) \cdot V^2$$

$$W_r = d \mu \cdot N = d \mu \cdot 4Mg \quad \{d = \text{compresión}\}$$

$$\Rightarrow E_i = 4M \left[ \frac{V^2}{2} - d \mu g \right]$$

$$E_f (\text{post choque}) = \frac{1}{2} k d^2$$

$$\Rightarrow E_i + W_r = E_f$$

$$4M \left[ \frac{V^2}{2} - d \mu g \right] = \frac{1}{2} k d^2$$

(resolviendo ecuadrática)

$$d^2 \left( \frac{k}{2} \right) + d (4 \mu g M) - 2 M V^2 = 0$$

~~$$d = \frac{-4 \mu g M \pm \sqrt{16 \mu^2 g^2 M^2 - 4 M V^2 k}}{k}$$~~

$$d = \frac{-4 \mu g M \pm \sqrt{16 \mu^2 g^2 M^2 - 4 M V^2 k}}{k}$$

$$d = \frac{-4 \mu g M - \sqrt{16 \mu^2 g^2 M^2 - 4 M V^2 k}}{k}$$

compresión  $k$ .

\* Pensar bien el signo a elegir el principio de oscilador armónico

5. Determinar  $h$ . (conservar  $E$ ).

$$E_i + W_f = E_f.$$

$$W_f = -\frac{3}{2}L \cdot \mu_c \cdot N$$

$$= -\frac{3}{2}L \cdot \mu_c \cdot mg$$

$$E_i = mgh.$$

$\Rightarrow E_f = 0$ , se detiene a ras de suelo.

$$\cancel{mgh} - \frac{3}{2}L\cancel{\mu_c mg} = 0.$$

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{3}{2}L\mu_c}$$