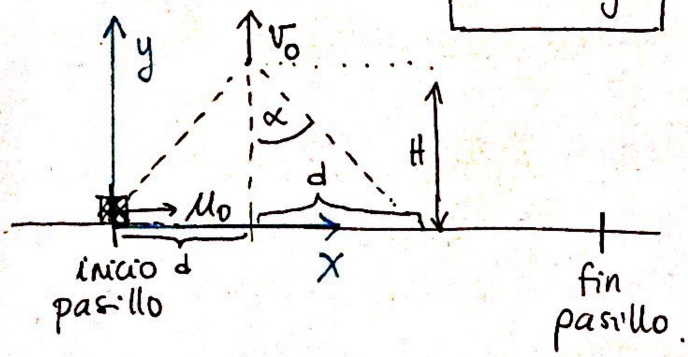
AUXILIAR # 2

P1 Para entender cualquier problema es útil definir esquemas para los instantes de interés. y así determinar claramente las incógnitas

I DEFINICIÓN DE ESQUEMAS.

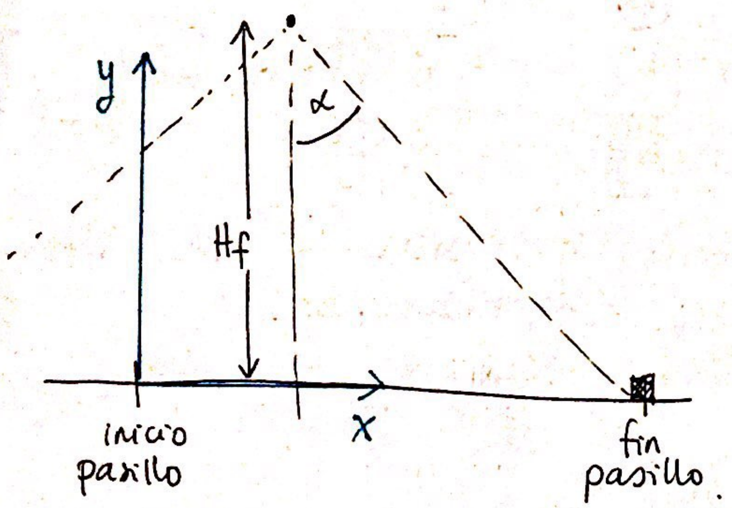
Estado inicial.

$\boxed{d = H \cdot \tan\alpha}$



Estado final.

sistema de referencia.



es importante dentro de cada esquema. definir el sistema de referencia. Como la situación física a estudiar es la misma es importante mantener tanto el origen como la orientación de los ejes en cada uno de los esquemas.

¿Cómo saber si mi esquema está bueno? Debo preguntarme si responde las siguientes preguntas:

¿Quiénes participan del fenómeno?
↳ la lámpara y la tortuga.

¿Cómo se comportan los participantes?
↳ movimiento rectilíneo uniforme

¿Cuáles son mis instantes de interés?
↳ al inicio del pasillo y al fin de este.

¿Qué variables coinciden en estos puntos de interés?
↳ la posición horizontal y el tiempo.

II RECONOCER FENÓMENO FÍSICO & LAS FÓRMULAS QUE LO MODELAN.

Ambos objetos involucrados en el fenómeno (cinemática) experimentan movimiento rectilíneo uniforme (MRU). dado que se mueven con velocidad constante (no se afectan por fuerzas que aceleren o desaceleren el movimiento

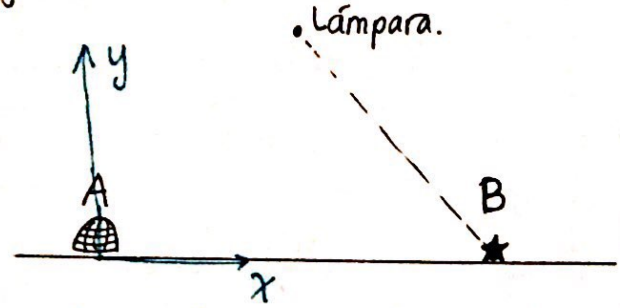
ecuación itinerario.

$$x(t) = x_0 \pm v_0 \cdot t \pm \frac{at^2}{2}.$$

$$v(t) = v_0 \pm at$$

→ es importante recordar que un encuentro de objetos solo puede ocurrir si estos comparten la misma posición en el mismo instante

En particular, notar que los "objetos" a encontrarse en este caso son la tortuga y el borde del haz de luz proyectado por la lámpara, llamaremos A a la tortuga y B al borde más lejano del haz.



de este modo se construyen las ecuaciones itinerario para cada cuerpo. considerando un mismo sistema de referencia para ambos.

HORIZONTAL

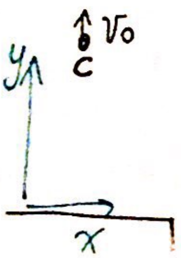
$$\boxed{\begin{aligned} x_A(t) &= 0 + \mu_0 \cdot t. \\ x_B(t) &= 2 \cdot d + v_0 \cdot \text{tang}\,\alpha \cdot t \end{aligned}}$$

(*)

$$\left[\begin{aligned} \text{tang}\,\alpha &= \frac{v_x}{v_0} \\ v_0 \cdot \text{tang}\,\alpha &= v_x. \end{aligned}\right]$$

↝ asocio movimiento vertical con horizontal.

Hay también un movimiento vertical de de interés. y es el de la lámpara. al cual llamaremos C.



$$\boxed{Y_C(t) = H + v_0 \cdot t}$$

VERTICAL.

(III) CONSTRUIR & RESOLVER EL SISTEMA DE ECUACIONES

El punto de interés más relevante para la resolución del problema es cuando la tortuga termina de recorrer el pasillo a ese instante se le llamará "t_f"

¿Qué pasa en t_f?

A : ya recorrió todo el pasillo

B : se encuentra al final del pasillo.

C : ha alcanzado una altura H_f

→ Usaremos una variable auxiliar para llamar al largo del pasillo, este será L, y la altura del techo H_f

Quedan de este modo las ecuaciones de la siguiente forma.

(1) $L = \mu_0 \cdot t_f$

(2) $L = 2 \cdot (H\,\text{tang}\,\alpha) + v_0 \cdot \text{tang}\,\alpha \cdot t_f$

(3) $H_f = H + v_0 \, t_f$

tengo 3 ecuaciones y 3 incógnitas.

¡PUEDO RESOLVERLO!

Despejo t_f de (1) y lo reemplazo en (2)

$$t_f = \frac{\mu_0}{L}$$

$$\hookrightarrow L = 2H\,\text{tang}\,\alpha + v_0 \cdot \text{tang}\,\alpha \cdot \frac{\mu_0}{L}$$

$$\Rightarrow L^2 = 2H\,\text{tang}\,\alpha \cdot L + v_0\,\text{tang}\,\alpha\,\mu_0.$$

$$\Rightarrow L = \frac{2H\,\text{tang}\,\alpha + \sqrt{4H^2\,\text{tang}^2\alpha + 4 v_0\,\text{tang}\,\alpha\,\mu_0}}{2}.$$

P2 Como se comentó en clases, gran parte de la resolución de este problema está asociado a la interpretación, de modo que aquí ejercitaremos la imposición de supuestos, para de esta forma ser consistentes.

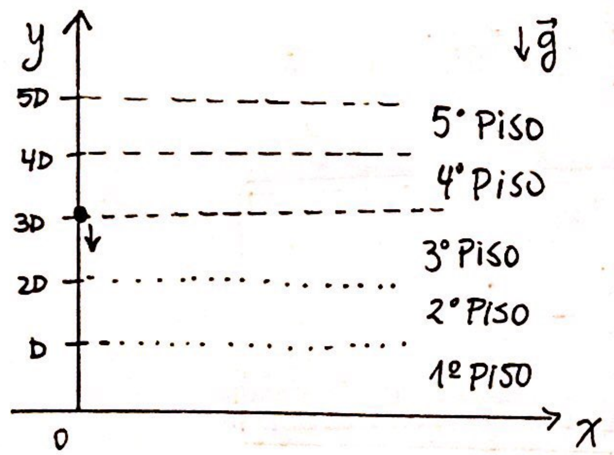
PASO CERO: Definir supuestos.

- La rapidez es cte entre pisos.
- La altura del primer piso es 0.
- La pelota se deja caer desde el suelo del piso.

(I) DEFINICIÓN DE ESQUEMAS.

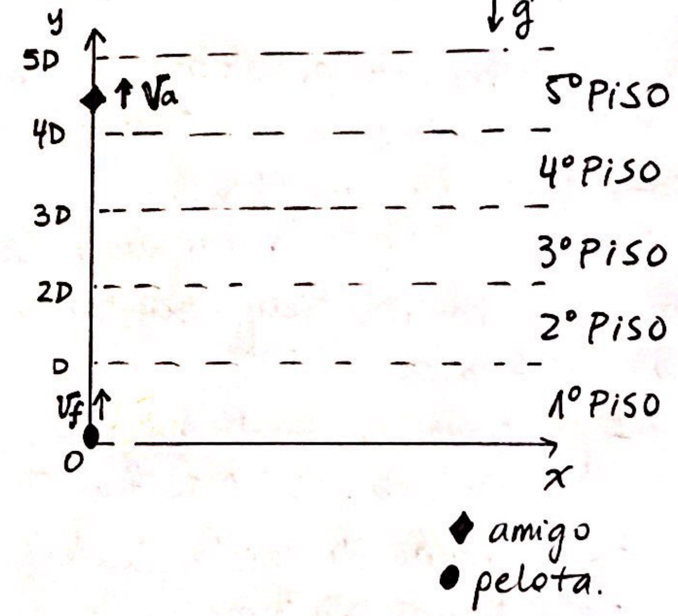
Haciendo los esquemas útiles para el problema se consideran los puntos de interés.

1° Dejar caer pelota desde piso 4.



(*) Notar que aquí hay una diferencia respecto a la clase, donde se consideraba que la pelota se dejaba caer desde el techo de cada piso. Notar que esto solo cambia condiciones iniciales, por lo tanto la lógica se mantiene.

2° Lanzar pelota desde el suelo y amigo corre por la torre



(II) RECONOCER FENÓMENO FÍSICO & LAS FÓRMULAS QUE LO MODELAN

- Movimiento Rectilíneo uniforme: esta es la forma en la que corre el amigo al interior de la torre entre un piso y otro, presentando cada vez una menor rapidez entre un piso y otro.

$$\boxed{y_{amigo} = 3D + V_a \cdot t}$$

- Caída libre: el descenso de la pelota ocurre simplemente por acción de la gravedad, no se le imprime ninguna velocidad inicial.

$$\boxed{y_{caida} = 3D - \frac{gt^2}{2}}$$

- Lanzamiento vertical: para que la pelota ascienda se le imprime inicialmente una velocidad que por acción de la gravedad comenzará a reducir su módulo hasta hacerse nula en su punto más alto.

$$\boxed{y_{ascenso} = V_f \cdot t - \frac{gt^2}{2}}$$

III) CONSTRUIR & RESOLVER EL SISTEMA DE ECUACIONES

Para resolver este problema se plantea la siguiente lógica: El tiempo que la pelota toma en caer desde el 4° piso y llegar al 5° piso (sumar ambos tiempos) debe ser el mismo tiempo que tarda en subir del 4° piso al 5to.

t_a = tiempo que tarda el amigo en subir del piso 4 al 5

t_c = tiempo de caida desde 4° piso

t_s = tiempo que toma en llegar desde el suelo al 5to piso.

$$(\bigstar) \quad \boxed{t_a = t_c + t_s}$$

(1) $4D = 3D + v_a\, t_a$ → incógnita — lo que preguntan: v_a

(2) $0 = 3D - \frac{g t_c^2}{2}$ → incógnita.

(3) $4D = v_f t_s - \frac{g t_s^2}{2}$ → incógnita.

tengo 4 ecuaciones y 4 incógnitas ¡PUEDO RESOLVERLO!

• despejo los tiempos de cada ecuación (1), (2) y (3).

• $\frac{D}{v_a} = t_a$

• $\sqrt{\frac{6D}{g}} = t_c$

• $\frac{v_f \pm \sqrt{v_f^2 - 8Dg}}{g} = t_s$

incorporando estas expresiones del tiempo en la ecuación ($\bigstar$) se tiene.

$$(4) \quad \frac{D}{v_a} = \sqrt{\frac{6D}{g}} + \frac{v_f \pm \sqrt{v_f^2 - 8Dg}}{g}$$

* Recordar que la altura máxima de un proyectil lanzado verticalmente es

$$y_{máx} = \frac{v^2}{2g}$$

se sabe que. en este caso la altura máxima es 4D. de modo que

$$4D = \frac{v_f^2}{2g} \Rightarrow \boxed{8gD = v_f^2}$$

imponiendo esta expresión en la ecuación (4) se tiene que:

$$\frac{D}{v_a} = \sqrt{\frac{6D}{g}} + \frac{v_f}{g}$$

$$\boxed{\frac{D}{\sqrt{\frac{6D}{g}} + \frac{v_f}{g}} = v_a}$$

P3) Queda propuesto para el lector.