

AUXILIAR 2 - EL4003

P1)

RECUERDO DE TIPOS DE ESTADOS:

- ESTADO CERO: x_0 ES ESTADO CERO PARA TODO t_0 SI LA RESPUESTA DE $\tilde{A}$ CUANDO LA ENTRADA ES NULA, PARTIENDO CON x_0 COMO ESTADO INICIAL, LA FUNCIÓN ES NULA.

$$y = \tilde{A}(x_0, 0) = 0$$

- ESTADO TIERRA: EL ESTADO TIERRA DE $\tilde{A}$, SI EXISTE, ES EL ESTADO TERMINAL LÍMITE DE $\tilde{A}$ CUANDO SE LE APLICA ENTRADA CERO, Y SIEMPRE QUE TAL LÍMITE SEA ÚNICO PARA TODOS LOS ESTADOS INICIALES. ASÍ x_t ES ESTADO TIERRA SI Y SÓLO SI:

$$x_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{B}(x(t_0), 0), \text{ CON } x_t \text{ INDEPENDIENTE DE } x_0 = x(t_0)$$

- ESTADO DE EQUILIBRIO: SE DICE QUE x_e ES ESTADO DE EQUILIBRIO DE $\tilde{A}$ SI AL APLICARLE ENTRADA CERO, CON $\tilde{A}$ INICIALMENTE EN ESTADO x_e , $x(t)$ PERMANECE IGUAL A $x_e \forall t \geq t_0$; ESTO ES: $\tilde{B}(x_e, 0) = x_e, \forall t \geq t_0$.

PROBLEMA: $\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = \ddot{u}(t) + 7\dot{u}(t) + 12u(t) \quad (1)$
 $y(0) = 0 \quad \dot{y}(0) = 1 \quad \ddot{u}(0) = 1 \quad u(0) = 1$

a) FORMULAR EN VARIABLES DE ESTADO

- USANDO LA FORMA CANÓNICA OBSERVABLE:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -a_{n-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_{n-2} & 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & 0 & & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 & & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} b_{n-1} - a_{n-1} \cdot b_n \\ b_{n-2} - a_{n-2} \cdot b_n \\ \vdots \\ b_1 - a_1 \cdot b_n \\ b_0 - a_0 \cdot b_n \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = (1 \ 0 \ \dots \ 0) x(t) + b_n u(t)$$

REEMPLAZANDO LOS VALORES DE LOS COEFICIENTES DEL SISTEMA (1)

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = (1 \ 0) x(t) + u(t)$$

PARA OBTENER LAS CONDICIONES INICIALES OBSERVAMOS LA SALIDA

$$y(t) = (1 \ 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + u(t) = x_1(t) + u(t) \Rightarrow x_1(t) = y(t) - u(t)$$

DEL SISTEMA $\dot{x} = Ax + Bu$: $\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix} u \Rightarrow \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -3x_1 + x_2 + 4u \\ \dot{x}_2 &= -2x_1 + 10u \end{aligned}$

$$\Rightarrow x_2(t) = \dot{x}_1(t) + 3x_1(t) - 4u(t)$$

EVALUANDO x_1 Y x_2 EN $t=0$

$$x_1(0) = y(0) - u(0)$$

$$x_2(0) = \dot{x}_1(0) + 3x_1(0) - 4u(0)$$

$$\Leftrightarrow x_1(0) = 0$$

$$x_2(0) = \dot{y}(0) - \dot{u}(0) - 4 = -5$$

b) • ESTADO CERO:

$$y(t) = \bar{f}(x_0, 0) = 0$$

$$y(t) = 0 \Rightarrow$$

$$x_1 = 0$$

$$u(t) = 0$$

$$x_2 = \dot{x}_1$$

PERO ESTADO CERO ES CON ESTADO INICIAL x_0 , SI $\dot{x}_1 \neq 0$ $x_1 = y$ VARÍA EN EL TIEMPO Y WEEO NO CUMPLE QUE $y=0$

$$\therefore \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ES ESTADO CERO}$$

• ESTADO TIENDA:

ANALIZAREMOS CON LA MTE DEL SISTEMA (NÁS INFO EN P4)

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

POR DIAGONALIZACIÓN:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \text{ POR T.I.}$$

$$\bar{\Phi}(t_0, t) = e^{A(t-t_0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-2(t-t_0)} & 0 \\ 0 & e^{-(t-t_0)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

SE OBSERVA QUE EL COMPORTAMIENTO ES ESTABLE (EXPONENTE NEGATIVO)

LAS FUNCIONES RESULTANTES SON COMBINACIONES LINEALES DE LAS FUNCIONES $e^{-2(t-t_0)}$ Y $e^{-(t-t_0)}$, WEEO TODAS TIENDEN A CERO CUANDO $t \rightarrow \infty$.

CON ENTRADA CERO LA ECUACIÓN DE $\dot{x} = Ax$ ES $x = x_0 \cdot \bar{\Phi}(t_0, t)$, COMO $\bar{\Phi}(t, t_0) \rightarrow 0$, CUANDO $t \rightarrow \infty$ EL ESTADO TIENDA EXISTE Y ES $(0, 0)^T$

• ESTADO DE EQUILIBRIO:

$$\bar{B}(x_0, 0) = x_0$$

$$u=0$$

EL ESTADO CERO ES $(0, 0)^T$

$$\Leftrightarrow \dot{x} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} -3x_1 + x_2 = 0 \\ -2x_1 = 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{matrix}$$

P21

$$\ddot{y}(t) + \dot{y}(t)y(t)^2 + \frac{1}{3}y(t)^3 = y(t)u(t)$$

$$y(0)=1, \quad \dot{y}(0)=0$$

a) FORMULAR EN VARIABLES DE ESTADO DE LA FORMA $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$, $x(0) = x_0$

EL ENUNCIADO NOS SUGIERE UN VECTOR DE ESTADOS POR LAS CONDICIONES INICIALES QUE NOS DA. ES POSIBLE ESCOGER OTRO VECTOR DE ESTADOS Y EN BASE A LAS CONDICIONES INICIALES DADAS CALCULAR LAS NUEVAS.

$$x_1 = y$$

$$\Rightarrow \dot{x}_1 = \dot{y} = x_2$$

$$x_2 = \dot{y}$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} = y \cdot u - \dot{y}y^2 - \frac{1}{3}y^3 = x_1 u - x_2 x_1^2 - \frac{1}{3}x_1^3$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 u - x_2 x_1^2 - \frac{1}{3}x_1^3 \end{pmatrix} \quad x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) ESTADO CERO: $y=0 \Rightarrow x_1=0$

$$u=0$$

$$\dot{y}=0$$

$$\Rightarrow x_1=0$$

$$\dot{y}=\alpha$$

PERO SI $\alpha \neq 0$ x_1 CAMBIA EN EL TIEMPO Y NO CUMPLE QUE $y=0$

$\therefore (0,0)$ ES ESTADO CERO.

ESTADO TIERRA: SE CALCULARÁ EN LA P3 DADO QUE SU ANÁLISIS SIN LINEALIZACIÓN ES COMPLEJO.

COMO PUNTO DE PARTIDA: SI y ES ESTABLE, $y \rightarrow 0$ CUANDO $t \rightarrow \infty$ CON ENTRADA CERO, LUEGO $\dot{y} \rightarrow 0$. SE PUEDE CONCLUIR QUE $(0,0)$ ES ESTADO TIERRA.

ESTADO DE EQUILIBRIO:

$$\dot{x}=0$$

$$\Rightarrow$$

$$x_2=0$$

$$u=0$$

$$x_2 x_1^2 - \frac{1}{3}x_1^3 = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}x_1^3 = 0$$

$$\Rightarrow$$

$$x_1=0$$

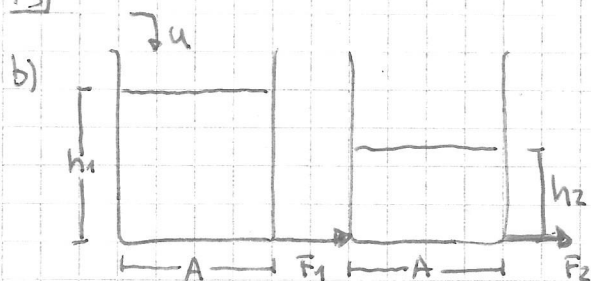
$(0,0)$ ES ESTADO DE EQUILIBRIO.

NOTA: PARA SISTEMAS DISCRETOS LA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO ES $x(k+1) = x(k)$

c) • LINEALIDAD: EXISTEN TÉRMINOS COMO x_1^3 , $x_2 x_1^2$ QUE SON CLARAMENTE NO LINEAL. EL SISTEMA NO ES LINEAL

• INVARIANZA: LOS PARÁMETROS DEL SISTEMA (i.e.: CUALQUIER VARIABLE INDEPENDIENTE DEL ESTADO Y ENTRADA) SON CONSTANTES. EL SISTEMA ES INVARIANTE.

P3]



Ecuaciones de FWSO:

$$F_1 = \beta \sqrt{h_1 - h_2}$$

$$F_2 = \beta \sqrt{h_2}$$

OBTENER MODELO EN VARIABLES DE ESTADO Y LINEALIZAR EN TORNO A LOS PUNTOS DE EQUILIBRIO DADOS POR $u = F_0$

DE CONSERVACIÓN DE FWSO: $\rho \frac{dV_1}{dt} = u - F_1$

$$V_1 = h_1 \cdot A$$

$$\dot{V}_1 = \dot{h}_1 \cdot A$$

$$\Rightarrow \rho A \dot{h}_1 = u - F_1$$

$$\rho A \dot{h}_1 = u - \beta \sqrt{h_1 - h_2}$$

$$\dot{h}_1 = \frac{u - \beta \sqrt{h_1 - h_2}}{\rho A}$$

$$\rho \frac{dV_2}{dt} = F_1 - F_2$$

$$\Rightarrow \rho A \dot{h}_2 = F_1 - F_2$$

$$\rho A \dot{h}_2 = \beta (\sqrt{h_1 - h_2} - \sqrt{h_2})$$

$$\dot{h}_2 = \beta (\sqrt{h_1 - h_2} - \sqrt{h_2})$$

ESCOGIENDO $x_1 = h_1$

$x_2 = h_2$

$$\Rightarrow \dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\rho A} (u - \beta \sqrt{x_1 - x_2}) \\ \frac{\beta}{\rho A} (\sqrt{x_1 - x_2} - \sqrt{x_2}) \end{pmatrix}$$

PUNTOS DE EQUILIBRIO: $u = F_0$

$$\dot{\mathbf{x}} = 0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{\rho A} (F_0 - \beta \sqrt{x_1 - x_2})$$

$$0 = \frac{\beta}{\rho A} (\sqrt{x_1 - x_2} - \sqrt{x_2})$$

$$\sqrt{x_1 - x_2} = \frac{F_0}{\beta}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x_2} = \frac{F_0}{\beta}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{F_0^2}{\beta^2}}$$

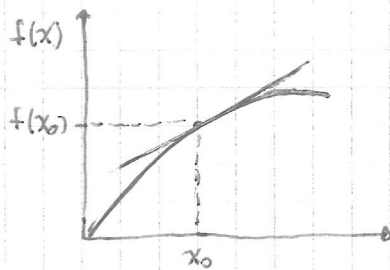
$$x_1 - x_2 = \frac{F_0^2}{\beta^2}$$

$$\Leftrightarrow x_1 - \frac{F_0^2}{\beta^2} = \frac{F_0^2}{\beta^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{2F_0^2}{\beta^2}}$$

PUNTO DE EQUILIBRIO $\left(\frac{2F_0^2}{\beta^2}, \frac{F_0^2}{\beta^2} \right) \leftarrow$ PUNTO DE OPERACIÓN.

RECORD DE LINEALIZACIÓN:



$(x_0, f(x_0))$ PUNTO DE OPERACIÓN

$f(x) \approx f(x_0) + K(x - x_0)$ APROXIMACIÓN LINEAL EN EL PTO DE OPERACIÓN

K VIENE DE LA EXPANSIÓN O APROXIMACIÓN EN SÉRIE DE TAYLOR.

$$y(x) = f(x) \approx f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} \cdot (x - x_0) + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x=x_0} \cdot (x - x_0)^2 + \dots$$

EN VARIAS VARIABLES:

$$\frac{df}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

TAYLOR MULTIVARIABLE:

$$f(x, y) \approx f(a, b) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{a, b} (x - a) + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{a, b} (y - b) + \dots$$

VARIABLE EXÓGENA (u).

AGREGANDO LA VARIABLE EXÓGENA ADELANTE LA SIGUIENTE MATRIZ

$$\frac{df}{du} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{bmatrix}_{n \times m}$$

CALCULANDO LAS DERIVADAS:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{PA} (u - \beta \sqrt{x_1 - x_2}) \right) = \frac{1}{PA} \left(-\beta \frac{1}{2\sqrt{x_1 - x_2}} \right)$$

$$x_1 - x_2 = \frac{F_0^2}{\beta^2}$$

EVALUANDO EN PUNTO DE OPERACIÓN: $\left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} = \frac{1}{PA} \cdot \frac{-\beta}{2} \frac{\beta}{F_0} = \frac{-\beta^2}{2F_0 PA}$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{PA} (u - \beta \sqrt{x_1 - x_2}) \right) = \frac{1}{PA} \left(-\beta \cdot \frac{-1}{2\sqrt{x_1 - x_2}} \right)$$

EVALUANDO: $\left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} = \frac{1}{PA} \cdot \frac{\beta}{2} \frac{\beta}{F_0} = \frac{\beta^2}{2F_0 PA}$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\beta}{PA} (\sqrt{x_1 - x_2} - \sqrt{x_2}) \right) = \frac{\beta}{PA} \frac{1}{2\sqrt{x_1 - x_2}}$$

EVALUANDO: $\left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} = \frac{\beta}{PA} \cdot \frac{\beta}{2 F_0} = \frac{\beta^2}{2F_0 PA}$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\beta}{PA} (\sqrt{x_1 - x_2} - \sqrt{x_2}) \right) = \frac{\beta}{PA} \left(\frac{1}{2\sqrt{x_1 - x_2}} - \frac{1}{2\sqrt{x_2}} \right)$$

$$\text{EVALUANDO: } \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Big|_{\bar{x}, \bar{u}} = \frac{\beta}{PA} \left(\frac{-\beta}{2F_0} - \frac{\beta}{2F_0} \right) = \frac{-\beta^2}{PA F_0}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial u} = \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{PA} (u - \beta\sqrt{x_1 - x_2}) \right) = \frac{1}{PA}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial u} = 0$$

FINALMENTE:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-\beta^2}{2F_0 PA} & \frac{\beta^2}{2F_0 PA} \\ \frac{\beta^2}{2F_0 PA} & -\frac{\beta^2}{F_0 A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{PA} \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$a) \quad \dot{x} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 u - x_2 \cdot x_1^2 - \frac{1}{3} x_1^3 \end{pmatrix}$$

PUNTOS DE EQUILIBRIO: $\dot{x} = 0, u = 1$

$$x_2 = 0$$

$$x_1 - \frac{1}{3} x_1^3 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \wedge 1 - \frac{1}{3} x_1^2 = 0 \rightarrow x_1 = \pm\sqrt{3}$$

PUNTOS DE EQUILIBRIO:

$$(0, 0)$$

$$(\sqrt{3}, 0)$$

$$(-\sqrt{3}, 0)$$

CALCULAMOS $\frac{df}{dx}$ y $\frac{df}{du}$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = 1$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = u - 2x_2 x_1 - x_1^2 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = -x_1^2$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial u} = x_1$$

• PARA (0,0):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

• PARA $(\sqrt{3}, 0)$:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

• PARA $(-\sqrt{3}, 0)$:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

P4

MATRIZ DE TRANSICIÓN E ESTADO: $\Phi(t, t_0) = e^{A(t-t_0)}$ si $t \in \mathbb{R}$

$$\bar{\Phi}(t, t_0) = A^{t-t_0} \quad \text{si } t \in \mathbb{N}$$

DEFINE LA TRAYECTORIA DE LOS ESTADO: $x(t) = \Phi(t, t_0) x(0)$
OSO: SIN ENTRADA.

FORMAS DE CALCULARLA:

1) POR DEFINICIÓN

2) POR TRANSFORMADA INVERSA:

$$e^{A(t-t_0)} = \mathcal{L}^{-1}\{(sI-A)^{-1}\}, \quad \{\mathcal{L}\}^{-1} \text{ TRANSFORMADA INVERSA DE LAPLACE}$$

$$A^{t-t_0} = \mathcal{Z}^{-1}\{(zI-A)^{-1}\}, \quad \{\mathcal{Z}\}^{-1} \text{ TRANSFORMADA Z INVERSA}$$

3) POR DIAGONALIZACIÓN:

$$e^{A(t-t_0)} = T e^{J(t-t_0)} T^{-1}$$

$$A^{t-t_0} = T J^{t-t_0} T^{-1}$$

J FORMA CANÓNICA DE JORDAN
 $A = T J T^{-1}$

4) USANDO EL TEOREMA DE CAYLEY-HAMILTON:

LA MATRIZ A SATISFACE SU POLINOMIO CARACTERÍSTICO

PROBLEMA:

$$A = \begin{bmatrix} -1.1 & 1 & 0 \\ -0.35 & 0 & 1 \\ -0.025 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

CALCULAR MTE si $t \in \mathbb{R}$ y si $t \in \mathbb{N}$

* POR DIAGONALIZACIÓN:

- POR TI:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 10 & 4 \\ -3 & 1 & 4 \\ -0.25 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/16 & -5/8 & 9/4 \\ 1/8 & -1/4 & 1/2 \\ 1/64 & -5/32 & 25/16 \end{pmatrix}$$

si $t \in \mathbb{R}$:

$$e^{A(t-t_0)} = \begin{pmatrix} -5 & 10 & 4 \\ -3 & 1 & 4 \\ -0.25 & 0 & 1 \end{pmatrix} \exp \left(\begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 1/16 & -5/8 & 9/4 \\ 1/8 & -1/4 & 1/2 \\ 1/64 & -5/32 & 25/16 \end{pmatrix}$$

$$\exp(D + \Lambda) = \exp(D) \exp(\Lambda)$$

$J = D + \Lambda$ CON Λ NILPOTENTE

SERIE DE POTENCIA DE LA EXPONENCIAL: $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

$$\exp(\Lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 + \dots$$

SE PUEDE NOTAR QUE Λ^2 ES 0
LUEGO SOLO LOS PRIMEROS TÉRMINOS
DE LA SERIE CONTRIBUYEN

$$e^{A(t-t_0)} = \begin{pmatrix} -5 & 10 & 4 \\ -3 & 1 & 4 \\ -0.25 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-0.5(t-t_0)} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-0.5(t-t_0)} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-0.1(t-t_0)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/16 & -5/8 & 9/4 \\ 1/8 & -1/4 & 1/2 \\ 1/64 & -5/32 & 25/16 \end{pmatrix}$$

• POR TRANSFORMADA INVERSA:

$$zI - A = \begin{pmatrix} z + 1,1 & -1 & 0 \\ 0,35 & z & -1 \\ 0,025 & 0 & z \end{pmatrix}$$

$$(zI - A)^{-1} z = \frac{1}{40z^3 + 44z^2 + 14z + 1} \begin{pmatrix} 40z^3 & 40z^2 & 40z \\ -14z^2 - z & 40z^3 + 44z & 40z^2 + 44z \\ -z^2 & -z & 40z^3 + 44z^2 + 14z \end{pmatrix}$$